

Методика Формирования Понятия Вектора В Школьном Курсе Геометрии

Танирбергенов Садык Алеуович¹

Аннотация: Традиционно одной из самых сложных тем школьного курса геометрии является тема “Применение векторов к решению задач”. В то же время понятие вектора является одним из фундаментальных понятий современной математики, а векторный метод является одним из широко употребляемых, красивых и современных методов решения задач.

Ключевые слова: Вектор, геометрия, задача, математика, операция.

ВВЕДЕНИЕ

Вектор – одно из фундаментальных понятий современной математики и широко используется в различных её областях. В работах Г. Бесселя, Ж. Аргана и К. Гаусса по теории комплексных чисел установлена связь между арифметическими операциями над векторами в двумерном пространстве. В работах В. Гамильтона, Г. Грассмана, Ф. Мёбиуса понятие вектора нашло широкое применение при изучении свойств трёхмерного пространства. В настоящее время на векторной основе излагаются линейная алгебра, аналитическая и дифференциальная геометрия, функциональный анализ.

К понятию вектора как направленного отрезка приводят многие задачи механики и других областей физики: теории упругости, теории электромагнитных полей.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Векторный аппарат используется при доказательстве некоторых теорем и решении многих задач. Сила векторного метода заключается в том, что он позволяет легко делать обобщения, роль которых в математике трудно переоценить

Цели изучения векторного метода в средней школе:

- дать эффективный метод решения различных геометрических задач (как аффинных, так и метрических) и доказательства теорем;
- показать широкое применение векторного аппарата в других областях знаний: технике, физике, химии, лингвистике – и на базе этого расширять их кругозор и формировать мировоззрение;
- использовать векторный метод при решении задач с целью форматирования у учащихся выполнять обобщение и конкретизацию;
- формировать у учащихся такие качества мышления, как гибкость (нешаблонность), целенаправленность, рациональность, критичность и др.

В своей статье я рассматриваю векторы в школьном курсе геометрии на основе учебника геометрии для общеобразовательных учреждений следующего коллектива авторов: Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев, А.А.Рахимкориев и др.

Понятие вектора и действия над векторами вводятся в 9 классе(в 8 классе – 2-ой вариант программы), так, как это принято в физике. Величины, которые характеризуются не только числовым значением, но и направлением, называются в физике векторными и изображаются отрезками со стрелкой. Поэтому геометрический вектор вводится как направленный отрезок, т.е. отрезок на котором дано направление от одного конца к другому.

¹ Доцент кафедры методика преподавание математики Нукусский государственный педагогический институт



На изучение главы «Векторы», в которой рассматриваются 3-5 учебные темы.

Основная цель изучения темы «Векторы» в 8-9 классах - научить обучающихся выполнять действия над векторами как направленными отрезками, что важно для применения векторов в физике; познакомить с использованием векторов при решении геометрических задач.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Основное внимание уделяется выработке умений выполнять операции над векторами (складывать векторы по правилам треугольника и параллелограмма, строить вектор, равный разности двух данных векторов, а также вектор, равный произведению данного вектора на данное число):

На примерах показывается, как векторы могут применяться к решению геометрических задач.

В результате изучения данной главы в основной школе учащиеся приобретают следующие знания и умения, соответствующие требованиям стандарта основного общего образования (таблица 1).

Таблица 1

Учебная тема	Требования стандарта образования	
	знать	уметь
Понятие вектора	<ul style="list-style-type: none"> • Понятия вектора, его начала и конца, нулевого вектора, длины вектора, коллинеарных, сонаправленных, противоположно направленных и равных векторов 	<ul style="list-style-type: none"> • Изображать и обозначать векторы • откладывать от данной точки вектор, равный данному • решать типовые задачи
Сложение и вычитание векторов	<ul style="list-style-type: none"> • определение суммы двух векторов • законы сложения векторов (правило треугольника и параллелограмма) • понятие суммы трёх и более векторов • определение разности двух векторов • какой вектор называется противоположным данному 	<ul style="list-style-type: none"> • объяснить, как определяется сумма двух или более векторов • строить сумму двух или более данных векторов, пользуясь правилами треугольника, параллелограмма, многоугольника • строить вектор, равный разности двух векторов • решать типовые задачи
Умножение вектора на число. Применение векторов к решению задач	<ul style="list-style-type: none"> • понятие умножения вектора на число • свойства умножения вектора на число • понятие средней линии трапеции и её свойства 	<ul style="list-style-type: none"> • формулировать свойства умножения вектора на число • формулировать и доказывать теорему о средней линии трапеции • применять векторы к решению задач

Для решения задач учащиеся должны владеть следующими умениями, которые и являются компонентами векторного метода:

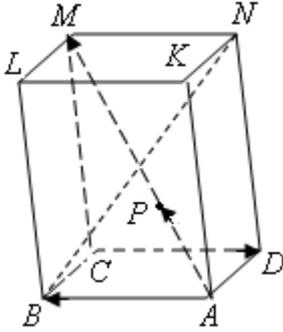
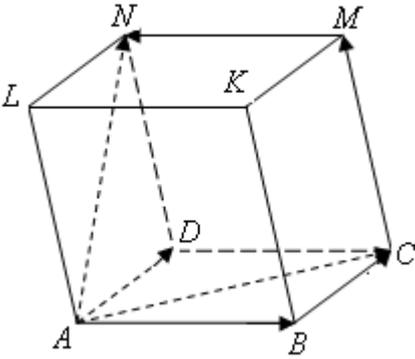
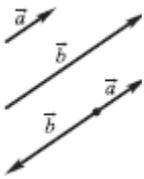
1. перевод условия задачи на язык векторов, в том числе:
 - введение в рассмотрение векторов;
 - выбор базисных векторов;
 - разложение всех введенных векторов
2. составление системы векторных равенств (или одного равенства).



3. упрощение векторных равенств
4. замена векторных равенств алгебраическими уравнениями и их решения
5. объяснение геометрического смысла полученного решения этой системы (или одного уравнения).

С целью систематизации и обобщения знаний учащихся по теме «Векторы», для повторения основных понятий темы уместно использовать опорные таблицы (таблица 2).

Таблица 2

Векторы.		
<p>Коллинеарные векторы:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. \vec{AB} и \vec{CD} ($\vec{AB} \parallel \vec{CD}$). 2. \vec{AP} и \vec{PM} ($P \in AM$). 3. $\vec{0}$ и любой вектор. 		<p>\vec{AB} - направленный отрезок, A - начало, B - конец. $\vec{AA} = \vec{0}$, \vec{AB} - длина вектора, $\vec{AA} = 0$.</p>
<p>Сонаправленные векторы:</p> <p>$\vec{AB} \uparrow \vec{DC}$, $\vec{AP} \parallel \vec{PM}$.</p> <p>$\vec{0}$ сонаправлен с любым вектором.</p>		<p>Равные векторы: ($\vec{AB} = \vec{DC}$ и $\vec{AB} \uparrow \vec{DC}$) \Leftrightarrow $\Leftrightarrow (\vec{AB} = \vec{DC})$.</p>
<p>Противоположно направленные векторы:</p> <p>$\vec{AB} \updownarrow \vec{CD}$, $\vec{AD} \updownarrow \vec{ML}$</p>		<p>Противоположные векторы: $\vec{AB} = \vec{CD}$ и $\vec{AB} \updownarrow \vec{CD}$ \Leftrightarrow $\Leftrightarrow (\vec{AB} = -\vec{CD})$.</p>
Сложение и вычитание векторов.		
Сложение		Вычитание
<p>Правила треугольника:</p> <p>$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$</p>		<p>$\vec{a} - \vec{b} = \vec{x} \Leftrightarrow \vec{x} + \vec{b} = \vec{a}$ \vec{x} - разность векторов \vec{a} и \vec{b}.</p>
<p>Закон сложения:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$. 2. $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$. 		<p>Свойства:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$. 2. $\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{CB}$.
<p>Правило параллелограмма:</p> <p>$\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$.</p> <p>Правило многоугольника:</p> <p>$\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CM} + \vec{MN} = \vec{AN}$.</p>		
<p>$\vec{a} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{a} = \vec{a}$.</p>		
Умножение вектора на число.		
<ol style="list-style-type: none"> 1. $\lambda \neq 0$, $\vec{a} \neq \vec{0}$, $\lambda \vec{a} = \vec{b}$; $\vec{b} = \lambda \vec{a}$. Если $\lambda > 0$, то $\vec{b} \uparrow \vec{a}$, если $\lambda < 0$, то $\vec{b} \updownarrow \vec{a}$. 2. $0 \cdot \vec{a} = \vec{0}$. 3. $\lambda \cdot \vec{0} = \vec{0}$. 		<p>Законы.</p> <p>сочетательный: $(\lambda k)\vec{a} = k(\lambda \vec{a})$; первый распределительный: $\lambda(\vec{a} + \vec{b}) = \lambda \vec{a} + \lambda \vec{b}$; второй</p>



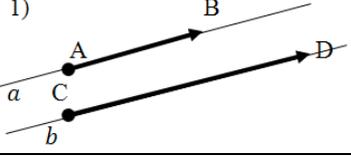
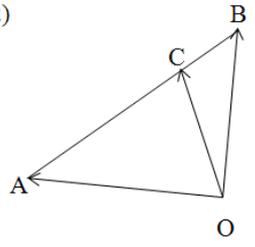
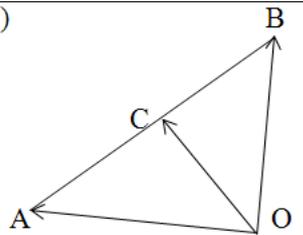
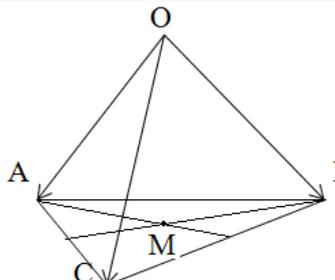
		распределительный: $((\lambda + k)\vec{a} = \lambda\vec{a} + k\vec{a}$
--	--	---------------------------------------------------------------------------

Понятийный аппарат и умения, которыми должен овладеть ученик, чтобы научиться решать геометрические задачи векторным методом в основной школе:

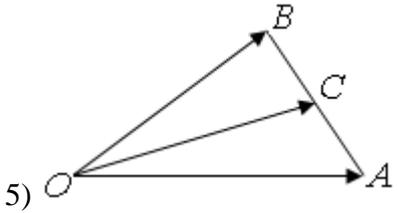
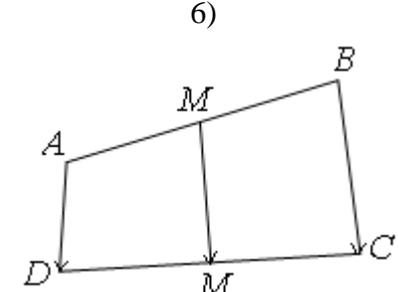
- основные понятия: вектор, начало вектора, конец вектора, одинаково направленные векторы, противоположно направленные векторы, абсолютная величина вектора (модуль вектора), равные векторы, нулевой вектор, неколлинеарные векторы;
- действия для овладения компонентами метода: перевод геометрических терминов на язык векторов и решение обратной задачи; перевод условия задачи на язык векторов, т.е. составление системы векторных равенств по условию задачи; выбор базисных векторов, разложение всех введенных в рассмотрение векторов по базисным векторам; упрощение системы векторных равенств; замена векторных равенств алгебраическими.

Для овладения умением переходить от геометрического языка к векторному и обратно необходимо знать, как то или иное векторное соотношение выражается на геометрическом языке (таблица 3)

Таблица 3

Рисунок	Что необходимо доказать или определить на геометрическом языке.	Что достаточно определить или доказать на векторном языке.
1) 	$a \parallel b$	$\vec{AB} = \lambda \cdot \vec{CD}$ (λ -некоторое число), где $AB \in a, CD \in b$
2) 	$\frac{AC}{CB} = \frac{m}{n}, C \in AB,$ $O \notin AB,$ O- произвольная точка.	$\vec{AC} = \frac{m}{n} \cdot \vec{CB},$ $\vec{OC} = \frac{n}{m+n} \cdot \vec{OA} + \frac{m}{m+n} \cdot \vec{OB}$
3) 	$AC = CB, C \in AB,$ $O \notin AB,$ O- произвольная точка.	$\vec{OC} = \frac{1}{2}(\vec{OA} + \vec{OB})$
4) 	M-центроид $\triangle ABC,$ O- произвольная точка	$\vec{OM} = \frac{1}{3}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC})$



<p>5) </p>	<p>$C \in AB, O \notin AB,$ O- произвольная точка.</p>	$\vec{BC} = \lambda \cdot \vec{BA},$ $\vec{OC} = \lambda \cdot \vec{OA} +$ $+ (1 - \lambda) \cdot \vec{OB}.$
<p>6) </p>	<p>M - середина AB M₁ – середина CD</p>	$\vec{MM}_1 = \frac{1}{2}(\vec{AD} + \vec{BC})$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Многообразие возможностей применения векторного аппарата и его роль в повышении и развитии математической культуры учащихся трудно переоценить. Векторное решение задач аффинной геометрии зачастую проще их решения средствами элементарной геометрии. При этом можно обойтись без тех дополнительных построений, которые иногда затрудняют поиск решения задачи.

ЛИТЕРАТУРЫ

1. Атанасян Л.С. Изучение геометрии в 7-9 классах. Пособие для учителей/Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Глазков Ю.А. и др.. - 7-е изд. -М., Издательство «Просвещение», 2019,. -255 с.
2. Рахимкориев А.А. Геометрия, 8-класс / Ташкент, Издательство «Узбекистан» 2019г. -159с.
3. Геометрия.7-11 класс [Электронный ресурс].-Демонстрационные таблицы(258 Мб).- Волгоград: Издательство «Учитель», 2011-1 электрон. опт. диск (CD- ROM)
4. Кушнир А.И. Векторные методы решения задач/ А.И.Кушнир. - Киев: Издательство «Обериг», 2014 – 207с.
5. Aleuovich, S. T., & Zhaksylykovna, A. K. (2022). The coordinate method in the analogy of the properties space of a triangle. *ACADEMICIA: An International Multidisciplinary Research Journal*, 12(4), 507-513.
6. Prenov, B.B., Kalekeeva, T.T. (2022) IMPROVING THE COMPETENCE OF FUTURE MATHEMATICS TEACHERS BASED ON AN INTEGRATIVE APPROACH *Journal of ANNALS OF FOREST RESEARCH Ann. For. Res.* 65(1): 5348-5355, 2022 ISSN: 18448135, 20652445
7. Barakbaevich, P. B., Turganbaevich, O. E. (2023). TEACHING TO SOLVE GEOMETRIC PROBLEMS USING THE METHOD OF VECTORS AND COORDINATES. *Journal of Pharmaceutical Negative Results*, 689-695.
8. Prenov, B. B., Nurmakhanov, K. E. DIFFERENT TECHNOLOGIES FOR ORGANIZING ELECTRONIC EDUCATIONAL ENVIRONMENT.
9. Barakbaevich, P. B., Turganbaevich, O. E. (2023). TEACHING TO SOLVE GEOMETRIC PROBLEMS USING THE METHOD OF VECTORS AND COORDINATES. *Journal of Pharmaceutical Negative Results*, 689-695.
10. Janabergenova, A. J. (2018). Organization and Forms of Students“ Independent Work on Higher Mathematics at Pedagogical University. *Eastern European Scientific Journal*, (2).



11. Janabergenova, A. J. (2021). Setting Goals on Smart Techniques and Affecting Student Motivation. *Annals of the Romanian Society for Cell Biology*, 9333- 9336.
12. Jaksılıkovna, J. A. (2022). TA'LIM JARAYONINI BULUTLI XISOBLASH TEXNOLOGIYASI ASOSIDA TASHKIL ETISHNING PEDAGOGIK OMILLARI. *Gospodarka i Innowacje.*, 23, 77-82.
13. Turkmenbaevna, K.T. THE MAIN COMPONENTS OF IMPROVING THE PROFESSIONAL TRAINING OF STUDENTS. - *International Journal of Early Childhood Special ...*, 2022
14. Prenov, B. B.,Atabaeva B.J. PRINCIPLES OF EFFECTIVE APPLICATIO OF"E-LEARNING" IN THE EDUCATIONAL SYSTEM. *NEUROQUANTOLOGY. VOLUME 20/ISSUE 15/PAGE 2485-2491.*

