

*PhD N.Sh.Ibragimov*¹*Kattaxo'jaeva Jahonbibi Akramjon qizi*²

Impact Factor: 9.2

ISSN-L: 2544-980X

TRIGONOMETRIYA TARIXI

(PhD N.Sh.Ibragimov, Kattaxo'jaeva Jahonbibi Akramjon qizi)

Eramizdan oldingi II asrda astronomiyadan anchagina ma'lumot to'plandi. Bunda matematikaga ehtiyoj oshdi, ya'ni trigonometriya astronomiyaning ehtiyoji tufayli vujudga keldi. «sferik trigonometriya» deb ataluvchi bo'limi tekislikdagi trigonometriyaga nisbatan oldin vujudga keldi. Trigonometriya geometriya tarkibida bo'lishi kerak. Ammo yunonlar geometriyani aralashtirishni xohlamas edi. Shu sababli trigonometriya astronomiya tarkibida qoldi. U uzoq obyektlarni o'lchaydigan astronomiyaga bilvosita xizmat qilishi, ya'ni o'lchangan narsaga mos ammo to'g'ridan to'g'ri o'lchabho'bnaydigan kattaliklarni o'lchashi lozim edi. To'g'ri chiziq, burchak biror figuralaming elementi bo'lishi, trigonometriya esa shu figuraning xossalari va bu xossalar orasidagi bog'lanishni o'rganishi kerak edi. Masalan, qandaydir uchta burchak bitta uchburchakka tegishli bolsa, u holda ularning yig'indisi 180° bo'ladi. Shu sababli ulardan ixtiyoriy ikkitasini o'lchab uchinchisini topish mumkin. Bundan tashqari, ixtiyoriy to'g'ri chizikli figurani uchburchaklarga ajratish mumkin. Demak, u kabi figurani o'rganish uchun ham uchburchaklar elementlari orasidagi bog'lanishlarni bilish kifoya. Shuningdek, ixtiyoriy uchburchakni ikkita to'g'ri burchakli uchburchakka ajratish mumkin. Mana shu to'g'ri burchakli uchburchaklarni yechish trigonometriyaning eng birinchi masalalaridan hisoblanadi.

Trigonometriya (yunoncha trigon "uchburchak" metron "o'lchov") matematikaning uchburchaklar (xususan, to'g'riburchakli uchburchaklar) muammolari bilan shug'ullanuvchi bo'limidir. Trigonometriyada trigonometrik funksiyalar orqali uchburchak tomonlari va burchaklari orasidagi mutanosibliklar, aloqalar o'rganiladi. Trigonometriya (yunoncha trigonon — uchburchak va metriya o'lchash) — matematikaning trigonometrik funksiyalarining xossalari, uchburchakning tomonlari bilan burchaklari orasidagi munosabatlarni o'rganuvchi bo'limi. Sinuslar, kosinuslar, tangenslar teoremlari T.ning asosiy natijalaridan hisoblanadi. T. keng amaliy tatbiklarga ega. Trigonometriya mat.da muhim rol o'ynaydi. Muhammad al-Xorazmiy, Abu Rayhon Beruniy, Battoniy, Abul Vafo, Nasiriddin Tusiy asarlarida T.ga asos solingan, Regiomontan rivojlantirgan, L. Eyler asarlarida hozirgi belgilashlar va bayon uslubi shakllangan. Trigonometriya tarixi ortiq ikki ming yillar muqaddam boshlagan. Dastlab, uning o'rni uchburchak va eng asl nisbati yuritadigan aniqlash zaruriyati bilan bog'liq edi. tadqiqotlar jarayonida bu munosabatlar matematik ifodasi dastlab ularning soni bir stol sifatida qilingan maxsus trigonometrik funksiyalarga ega, joriy talab aniq bo'ldi. trigonometriya rivojiga matematika turtki bilan bir qancha hamkor fanlar uchun aniq tarixi edi. tadqiqot olimlari bilan bog'liq Kelib burchakka o'lchov birliklari (daraja) qadimgi Bobil, ko'plab amaliy fanlar ishlatiladigan, o'nlik zamonaviy tug'dirdi hisoblash oltinlik tizimi asoslangan. Bu dastlab trigonometriya astronomiya bir qismi sifatida mavjud, deb taxmin qilinadi. Shundan keyin u arxitektura foydalanish boshladi. Va vaqt davomida, inson faoliyatining turli sohalarida, bu ilm-fan foydaliligiga bor edi. Bu, xususan, astronomiya, dengiz va havo saytda

¹ Ilmiy rahbar² Talaba: Termiz davlat universiteti talabasi

harakatlanish, akustika, optika, elektronika, arxitektura va boshqalar. Trigonometriyaning keyingi rivojlanishi Ptolemey (II asr) ning «Almagest» (arabchada «Almajistiy») asari bilan bog'liq. Trigonometriya astronomik tadqiqotlar uchun zarurdir, chunki ular jadval shaklida tuzilgan. Sinuslarning birinchi jadvali "Surya-siddhanti" va Ariabxatida. Vaughn 3,4,5 orqali beriladi. Iloji boricha tezroq ko'proq ma'ruza jadvallari qo'shildi: masalan, Bhaskar, 1 -chi sinuslarda stol ishlab chiqarish uchun.

XVI asrda pivdenno-hind matematiklari noma'lum sonli qatorlarni yig'ish sohasida katta yutuqlarga erishdilar. Mabut, agar ular P. Nilakant sonining aniqroq qiymatlarini hisoblash usullari haqida hazillashib, arktangentni bir qancha haykallarga joylashtirish qoidalarini og'zaki ishlab chiqargan bo'lsa, hidlar jim doslidzhennyi bilan band edi. Va "Karanapaddxati" ("Hisoblash texnikasi") noma'lum risolasida sinus va kosinusni cheklanmagan holatlar qatoriga joylashtirish qoidalari berilgan. Aytish kerakki, Evropada 17-18 asrlarda ko'proq natijalarga erishildi. Shunday qilib, sinus va kosinaviy viviv I. Nyuton uchun ketma -ketlik 1666 yilga yaqin, 1671 yilda J. Gregori va G. V. Leybnitsning 1673 yilda arktangent buv haqidagi bilimlar seriyasi. Trigonometriya - uch g'ildirakli velosipedning qirralari va qutami orasidagi vivchaê ko'pligi haqidagi matematik fan. Trigonometriya - bu yong'oq so'zi va tom ma'noda vimir trikutnikiv degan ma'noni anglatadi. Trigonometriyani yutish erni o'rganish, astronomiya va uyg'onish bilan bog'liq. Trigonometriya odamlarning amaliy ehtiyojlaridan kelib chiqadi. Bundan tashqari, kirish mumkin bo'lmagan narsalarni ko'rish va sutta kontekstida, geografik xaritalarni bukish uchun ob'ektlarni geodezik yig'ish jarayoniga yordam berish mumkin.

Birinchidan, trikutnikning yon tomonlari va kutalari orasidagi bo'sh erlarga asoslangan trikutniklarni qayta tiklash usullari qadimgi yunon astronomlari Gipparx (miloddan avvalgi 2 -asr) va I Klavdiy Ptolomey (2 -asr N. Ye.) Tomonidan ma'lum bo'lgan. Ptolemey viviv spivvidnoshennya mizh akkordlari soni, scho yarim kesilgan sinuslar uchun hozirgi formulalarni ishlab chiqaradi. Arzimas tarix - bu sinus. Aslida, trisitlar va kolalar sonining ko'payishi miloddan avvalgi III asrda ham rivojlangan. Qadimgi Yunonistonning buyuk matematiklari Evklid, Archmed, Apoloniy Perg robotlarida. Rim davrida Menelaus, agar maxsus ism bo'lmasa, uni muntazam ravishda o'qigan (I asr n. E.).

Zamonaviy sinus, masalan, yarim akkodli yakosni, markaziy kub spiralini yakga burab, xuddi akkord yoyning asosi kabi. Kosinus so'zi nabagato yoshroq. Lotin viraz tezligining kosinusi butunlay sinus, ya'ni "Dodatkovy sinus" dir. Tangensi kechki ovqatning qiymati haqidagi vazifalarni hal qilish bilan birgalikda topildi. Tangens (va shuningdek, kotangens) X asrda arab matematikasi Abul Vafoy tomonidan kiritilgan, bu teginish va kotangenslarning ma'nosi bo'yicha birinchi jadval. Trigonometriyaning keyingi taraqqiyoti taniqli astronomlar Mikoli Kopernik (1473-1543), heliosentrik yorug'lik tizimini yaratuvchi Tixo Brahe (1546-1601) va Yoxannes Kepler (1571-1630) ning ajdodlarida ham e'tibordan chetda qolgan. Robotlarda matematik Fransua Byek3 Men uchta ma'lumot uchun tekis yoki sferik uch g'ildirakli velosipedning barcha elementlarini belgilash muammosini qayta ko'rib chiqdim. Trigonometrik funktsiyalarning analitik nazariyasini asosiy nazariyada 18-asrning taniqli matematikasi, Peterburg Fanlar akademiyasi a'zosi Leonard Eyler (1707-1783) asos solgan. Eylerning o'zi birinchi bo'lib trigonometrik funktsiyalar ta'rifini kiritdi va berilgan formulalarni qabul qilib, oldindan tayyorlangan qutining vazifalarini ko'rib chiqdi.

Bunday darajadagi trigonometriyada uch g'ildirakli velosipedlarning rivojlanishi haqidagi fan trigonometrik funktsiyalar faniga aylandi.

Trigonometriya ilmining bosqichli rivojlanishi

Trigonometriya elementar matematikaning eng yosh namunalaridan biri bo'lib, XVIII asrda rad etilgan.., Ta in.). Evropalik matematiklar tabiiy sinuslar va teginishlarning raqamli jadvalarida eng yuqori darajadagi murakkablikka erishdilar (Regiomontanus, XV asr, Retikus va Pitiskus, XVI asr, Ta in.) Ismning o'zi yong'oq yurishining "trigonometriyasi" bo'lib, "vimir trikutnikiv" degan ma'noni anglatadi: (trigonon) - trikutnik, (metrain) - vimir. Trigonometriyaning ilmiy rivojlanishi L. Eiler tomonidan "Introductio in analysis infinitorum" (1748) asarida o'rganilgan. Trigonometriyani funktsiyalar haqidagi fan sifatida hal qilib, birinchi analitik viklidlarni berib, asosiy bo'lmagan formulalardan turli xil formulalarni ko'rdi. Belgilangan tomonlar kichik harflar va katta harflar bilan - barcha formulalarni soddalashtirish, ularga aniqlik va qat'iylik kiritish imkonini berdi. Trigonometrik funktsiyalarni bir xil chiziqlardan qoziq radiusigacha, ya'ni Yak raqami va "povny sinus" sifatida qoziq radiusi kabi qarash g'oyasini aniqlash uchun. Eyler, bir qator yangi spivvidnoshenni yo'q qilib, displeylar uchun trigonometrik funktsiyalarning havolalarini o'rnatdi, barcha to'rtburchaklar uchun funktsiyalarda belgilar qoidasini berib, berilgan trigonometriyaning umumiy formulasini kesib tashladi.

L. Eylerning TVir trigonometriya ishlovchilariga asos bo'lib xizmat qilgan. Birinchi kitoblardan biri S.Rumovskiyning "Tez matematika" (1760), "Yassi trigonometriyadan Pochatkovi" nashr etilgan. Barcha viklidlari trikutnikiv (eng oddiyolari) sanasigacha qurilgan, hisoblash kunning funktsiyalari haqida buklanadigan usulda amalga oshiriladi. Bunday darajadagi sharobning geometrik asosdagi trigonometriyasi, kichik geometrik til va turg'unlik geometrik masalalar ta'rifiga qisqartirildi. Algebraik simvolizmning rivojlanishi trigonometrik munosabatlarni formulalarga yozishga imkon berdi; Salbiy raqamlarning saqlanishi to'g'ri kuti va yoylarni ko'rishga va har qanday kuti uchun trigonometrik chiziq (sonli vidrizkiv) haqidagi tushunchani kengaytirishga imkon berdi. Davr oxirida raqamli argumentning funktsiyalari sifatida trigonometrik funktsiyalarni yaratish uchun asos, trigonometrik (dumaloq) funktsiyalarning analitik nazariyasi uchun asos yaratildi. Trigonometrik funktsiyalar qiymatlarini ma'lum darajada aniqlik bilan hisoblash imkonini beruvchi analitik apparat, Nyuton tomonidan buzilgan.

Trigonometriya buyuk ruhoniy, Rossiya Fanlar akademiyasi a'zosi L.Eiler (1707 - 1783) asarlaridagi achchiq viglyaddan olib tashlandi. Eiler, son kabi trigonometrik funktsiyalarning ma'nosini - radiusi birlik sifatida qabul qilingan trigonometrik chiziqning kattaligini ("trigonometrik raqam" yoki "bitta raqam") o'rganishni boshladi. Eiler kichik qurtlardagi trigonometrik funktsiyalarning belgilari to'g'risida qoldiq echim berdi, asosiy formulalardagi barcha trigonometrik formulalarda, xuddi shu ma'noda yangi formulalar oldidan bir qancha turar joylarni o'rnatdi. O'zi birinchi navbatda rekordlar bor. Trigonometrik va displey funktsiyalari orasidagi murakkab argumentdan havolalar ko'rsatilishi ham mavjud. L.Eiler robotlari taqdimotida trigonometriya qo'l kishanlari katlanadi va bu fan tarixida muvaffaqiyatga aylanadi. Analitik (geometriyada yotishni yoqtirish) Eiler tomonidan nashr etilgan va buyuk rus olimi N.I. Lobachevskiy.

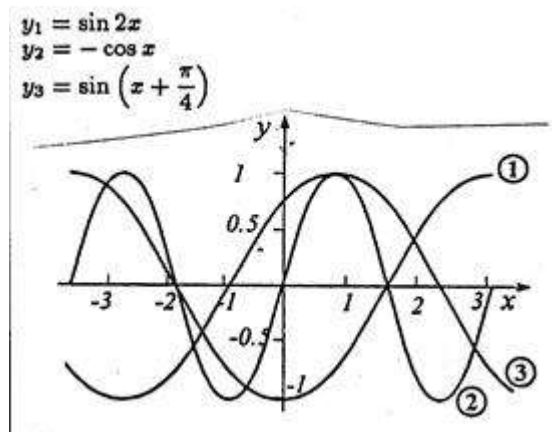
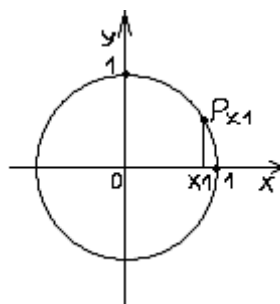
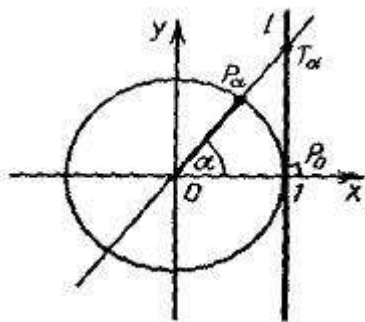
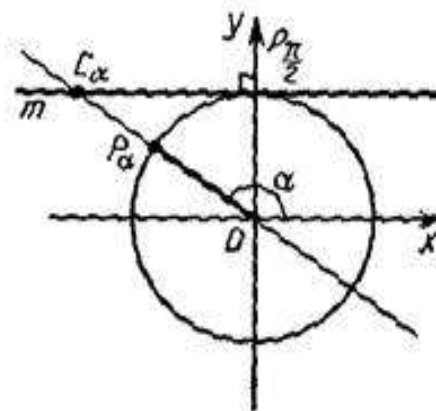
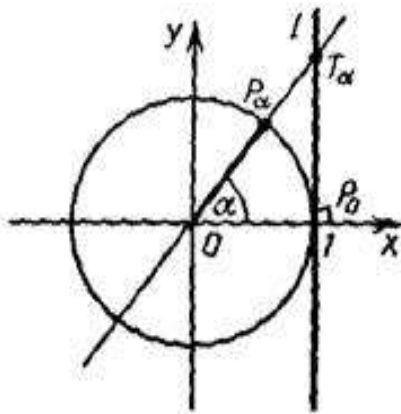
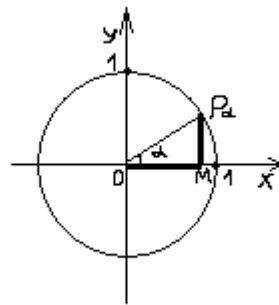
Yakuniy trigonometrik funktsiyalarning sonli argument funktsiyasi haqidagi nuqtai nazari fizika, mexanika va texnologiyaning rivojlanishi bilan boyitilgan. Bu funktsiyalar matematik apparatning asosini tashkil etdi, uning yordamida turli davriy jarayonlar sodir bo'ladi: to'qnashuv qo'llari, sovuqning kengayishi, mexanikaning qulashi, yovuz elektr simining to'qnashuvi. J. Fur'ê (1768 - 1830) ni

ko'rsatib, aniqlik darajasiga ega bo'lgan har qanday davriy ruchni eng oddiy sinusoidal (harmonik) kolivanlar orasida ko'rsatish mumkin. Yakshcho trigonometriyaning rivojlanishi haqida $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ agar bo'shshama to'rtburchaklar uch g'ildirakli velosiped yonbag'irlari kvadratchalar atrofida aylanayotgan bo'lsa, u holda, taqdimotning umumiy bahosida, ikkita kollejning katlanishi yaqindan qulab tushganda tasvirlangan. Trigonometriya o'zining rivojlanish bosqichida raqamli geometrik muammolarni tekshirish usuli bo'lib xizmat qilgan. Ìi eng oddiy geometrik figuralarning elementlarini, toto trikutniklarini sanab o'tishni yomon hurmat qilgan. Ammo hozirgi o'z taqdirini belgilash trigonometriyasida va kontekstda trigonometrik funktsiyalar kuchining ahamiyati muhimroqdir. Ishlab chiqarish bo'linmalarining trigonometriyasi rivojlangan davrda, yig'iladigan o'rgimchaklar mexanikasi, tovush, yorug'lik va elektromagnit fizikasi jadal rivojlanmoqda.

Trigonometriya shartlari e'lon qilingan davr oxirida i, zokrem, vivedeni spivvidnoshennya uchun, de n - natural son, i in. Hozirgi qatorlar ro'yxatida ko'rib chiqiladigan funktsiyalar:

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$$
$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$$

Mayje, shuningdek, vikladeno va V. Nikitina va P. Suvorovning yordamchisi. Vikladning trigonometriya va akad fanlari tsikli. M. E. Golovin do'sti "Algebraik dalillar bilan tekis va sferik trigonometriya" da, 1789. Ushbu kitobda siz 19 -asrda Vikladati tomonidan qabul qilingan, xuddi shu ko'rinishda eng muhim trigonometriya formulalarini bilishingiz mumkin. (Vorteks trigonometrik funktsiyalar vinyatining orqasida). Muallif sekant va kosekantni kiritish zarurati haqida bilmaydi, shuning uchun kichik turlardagi funktsiya amalda qolib ketgan. 1804 yilda N. Fussning yordamchisi. Kitob maktablar uchun mo'ljallangan. "Samolyot trigonometriyasi, - deydi muallif, - fan - bu uchta uch qismdan iborat va uch uchlikdan iborat uch qismli tasvirlar sonining tasviri". Pidruchnik 4 qismdan iborat. Asosiy tushuncha, trikutniklarning echimi, amaliy geometriya va geodeziyaga trigonometriya qo'shilishi, bu nareshy, qo'shilish teoremasi. Pidruchnik N. Fuss sharsimon trigonometriya sifatida qaraladi. Krok 1851 yilda akademik M.V. Ostrogradskiyni talon -taraj qilishda davom etdi.



Tahrirlovchilar to'plami A.G. Mordkovich, agar siz hurmat qilmasdan o'ynashni xohlasangiz, ishlovchilaringiz noto'g'ri bo'lishi mumkin. § 3. O'sha "Trigonometrik funktsiyalar" ni algebra va tahlil kurslarida o'rganish usullari Maktablardagi ta'lim trigonometrik funktsiyalarida ikkita asosiy bosqichni ko'rish mumkin:

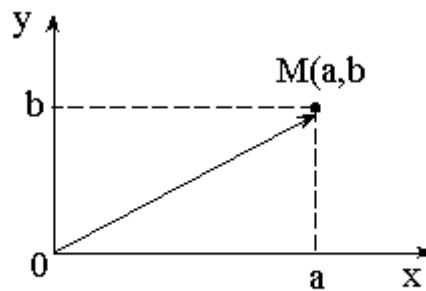


Рис. 1

Oldin qayd etganimizdek, VIII asming boshlarida arablar zabt etgan mamlakatlarning Bagʻdod va Damashq kabi yirik shaharlarida oʻsha zamonga xos akademiyalar, yaʼni «Hikmatlar uyi» lari tashkil topdi. Bu «akademiya»larda olimlar qadimgi yunonlarning asarlarini arab tiliga tajjima qilish va ularga sharhlar yozish bilan shugʻullanishdi. Bu «Hikmatlar uylari» da Hindistondan chiqqan olimlar ham ishlashdi. Keyinchalik Yaqin va Oʻrta Sharq matematik olimlari oʻzlarining asarlarini ham eʼlon qilisha boshlashdi. Bu asrlarning koʻpchiligi «Zijlar» boʻlib, (u forscha zij-jadval soʻzidan olingan) astronomiya va trigonometriya jadvallardan iborat edi. «Zij»larda ularning tuzilishiga koʻra nazariy dasturlar bayon etilmaydi, teoremlar isbotlanmaydi, balki nazariy fikrlar qoida tarzida beriladi.

Hozirgi kunda VIII-XV asrlarda tuzilgan shunday zij larning 100 dan ortigʻi maʼlum. Ular orasida eng birinchilari ham, XV asrda yaratilganlari ham bor. Masalan, Al-Xorazmiy ziji eng birinchilardan boʻlsa, Ulugʻbekning ziji XV asrda tuzilgan. Oradagi zijlardan Abdurahmon al-Xaziniyning XII asrda tuzilgan «Ziji al-Sanjariy» sini eslatish mumkin.

Musa al-Xorazmiy oʻz zijida Yaqin va Oʻrta Sharqda birinchi boʻlib, sinus va teskari sinus tushimchalaridan foydalandi. U sinuslar jadval va undan foydalanish yoʻllarini bayon etdi. U koʻrsatgan yoy boʻyicha sinusni va teskari sinusni, shuningdek, sinus boʻyicha yoyni topish qoidalari ham juda ixcham va chiroyli. Bu amallarni bajarishda

Xorazmiy doira radiusini 60 birlikka teng deb olgan, sinusning jadval qiymatlari oltmishli kasrlarda berilgan. Teskari sinusning Xorazmiy bergan qoidasini hozirgi bizning belgilashlarda quyidagicha yozish mumkin: a yoyning teskari sinusi chizigʻini sin versa deb belgilasak, u holda

$$a < 90^\circ \text{ da sin versa} = 60 - \sin(90^\circ - a)$$

$$a > 90^\circ \text{ da sin versa} = 60 + \sin(a - 90^\circ)$$

Agar hozirgidek, doira radiusini birga teng deb olsak, u quyidagicha boʻladi:

$$\text{sin versa} = 1 - \cos a$$

Xorazmiy zijining al-Majritiy (tax. 1007 yili vafot etgan) qayta ishlagan variantida kotangens («toʻgʻri soya») va tangens («teskari son») jadvallari bor. Bundan tashqari, oʻrta asrlarda Xabash al-Hosib (tax. 770-tax. 870)ning ziji ham anchagina mashhur boʻlgan a burchakning kotangensini topish qoidasi hozirgi bizning belgilashlarimizda quyidagicha:

$$ctg\alpha = \frac{\sin(90 - \alpha)}{\sin\alpha} 12$$

Bu yerdagi 12 gnomonning birliklardagi uzunligi. α burchak tangensini ham shunga o'xshash

$$tga = \frac{\sin\alpha}{\sin(90 - \alpha)}$$

Xabash al-Xosibning zijida sinus, tangens, kotangens, sekans va kosekanslarning bir gradusdan oralatib bergan jadvali bor.

O'rta Osiyodan chiqqan va trigonometriyaning rivojiga ma'lum hissa qo'shgan olimlardan biri Abu Nasr al-Forobiy (870-950). U o'zining «Almagest kitobiga ilova» nomli asarida trigonometrik funksiyalarning gnomonika bilan aloqasidan voz kechadi. Forobiy o'sha asarda Quyoshning balandligini aniqlashda tangens va kotangens chiziqlaridan quyidagicha foydalanadi: «ABCD (50-rasm) balandlik doirasi, E esa doiraning markazi, DI-balandlik doirasi tekisligi bilan ufq tekisligining kesishish chizig'i bo'lsin; DE-ufq tekisligidagi D nuqtaga perpendikular qo'yilgan gnomon, CK-balandlik tekisligi bilan C nuqtada gorizontga perpendikular turgan tekislikning kesishishi, CE esa o'sha tekislikda turgan gnomon. Boshqa balandlik AG ni qaraymiz. GEF ni, y a'ni gnomonning uchi bilan soyaning oxirini tutashtiruvchi nur o'tkazamiz; DF gnomon DE ning soyasi, u vassi sova. yoki AG balandlikning ikkinchi sovasi deviladi. CH-gnomon, CE ning soyasi, u AG balandlikning teskari sovasi yoki birinchi sovasi deviladi»*. Trigonometriyaning rivojiga hissa qo'shgan olimlardan biri al-Battoniy (tax.858-929). U trigonometrik chiziqdami doiradagi 0° dan 180° gacha oraliqda qaradi (shu vaqtga qadar faqat birinchi chorakda qaralar edi). U ikkinchi chorakda sinusni $\cos a = \sin(90+a)$ kabi aniqladi, chunki al-Battoniy kosinusni 90° gacha to'ldirilgan burchakning sinusi deb qaradi. Sababi uning zamonida manfiy son tushunchasi yo'q edi.

Hamma davrlarda olimlar, ayniqsa matematiklarni hayotiy masalalar qiziqtirib kelgan. Bu masalalarni hal etish faqat iqtisodiy foyda keltiribgina qolmay, ilm ahliga, oddiy mehnatkash ommaga g'oyaviy boylik va bilim ham bergan.

FOYDLANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. A.Abduraxmonovj, A.Narmonov, N.Narmuratov. Matematika tarixi. -T.: «Fan va texnologiya», 2016,204 bet.
2. <https://uz.m.wikipedia.org/wiki/Trigonometriya>
3. <https://hozir.org/trigonometriya-tarixi-paydo-bolishi-va-rivojlanishi.html>