Impact Factor: 9.9
ISSN-L: 2544-980X

n-darajali oddiy differensial tenglamalar

Normurodova Ròzihol Uralovna[1]

Annotatsiya: Differensial tenglamalar — noma'lum funksiyalar, ularning turli tartibli hosilalari va erkli oʻzgaruvchilar ishtirok etgan tenglamalar. Bu tenglamalarda noma'lum funksiya i orqali belgilangan boʻlib, birinchi ikkitasida i bitta erkli oʻzgaruvchi t ga, keyingilarida esa mos ravishda x, t va x, u, z erkli oʻzgaruvchilarga bogʻliqdir. Differensial tenglama nazariyasi 17-asr oxirida differensial va integral hisobning paydo boʻlishi bilan bir vaqtda rivojlana boshlagan. Differensial tenglama matematikada, ayniqsa, uning tatbiklarida juda katta ahamiyatga ega. Fizika, mexanika, iqtisodiyot, texnika va boshqa sohalarning turli masalalarini tekshirish differensial tenglamani yechishga olib keladi. 2. Xususiy hosilali differensial tenglama Bu tenglamalarning oddiy differensial tenglamadan farqli muhim xususiyati shundan iboratki, ularning barcha yechimlari toʻplami, ya'ni "umumiy yechimi" ixtiyoriy oʻzgarmaslarga emas, balki ixtiyoriy funksiyalarga bogʻliq boʻladi; umuman, bu ixtiyoriy funksiyalarning soni differensial tenglamaning tartibiga teng; ularning erkli oʻzgaruvchilari soni esa izlanayotgan yechim oʻzgaruvchilari sonidan bitta kam boʻladi. Bir noma'lumli 1-tartibli xususiy hosilali Differensial tenglamani yechish oddiy differensial tenglama sistemasini yechishga olib keladi. Tartibi birdan yuqori boʻlgan xususiy hosilali differensial tenglama nazariyasida Koshi masalasi bilan bir katorda turli chegaraviy masalalar tekshiriladi.

Kalit so'zlar: differensial tenglama, differensial tenglamani integrallash, oddiy differensial tenglama, differensial tenglamani tartibi, umumiy yechimi, umumiy integrali, Koshi masalasi, xususiy yechimi.

$$F(x, y, y', ..., y^{(n)}) = 0 \qquad (1)$$

ko'rinishdagi tenglama n **- tartibli oddiy differensial tenglama deyiladi**. Faraz qilaylik (1) tenglamani $y^{(n)}$ ga nisbatan yechish mumkin:

$$y^{(n)} = f(x, y, y', ..., y^{(n-1)}) \qquad (2).$$

Bu tenglama **yuqori tartibli hosilaga nisbatan yechilgan** n **- tartibli oddiy differensial tenglama** deyiladi.

Agar I intervalda uzluksiz n marta differensiallanuvchi $y = y(x)$ funksiya uchun shu intervalda $F(x, y, y'(x), ..., y^{(n)}(x)) \equiv 0$ ayniyat o'rinli bo'lsa, u holda $y = y(x)$ funksiyani (1) tenglamaning I intervaldagi **yechimi** deb ataymiz.

(2) tenglama uchun **Koshi masalasi.** (2) tenglamaning barcha $y = y(x)$ yechimlari orasidan

[1] Surxondaryo viloyati Sherobod tuman 2-son kasb-hunar maktab

$$y(x_0)=y_0,\ y'(x_0)=y'_0,\ \dots,\ y_0^{(n-1)}(x_0)=y_0^{(n-1)} \qquad (3)$$

tengliklarni qanoatlantiruvchi yechimni toping, bu erda (3) tengliklar boshlang'ich shart, $x_0, y_0, y'_0, \dots, y_0^{(n-1)}$ sonlar esa boshlang'ich qiymatlar deyiladi.

(1) tenglama uchun **Koshi masalasi** ham (1) tenglamaga qo'yilganidek keltiriladi. Lekin (1) tenglamani (3) boshlang'ich shartni qanoatlantiruvchi har qanday ikkita $y_1(x)$ va $y_2(x)$ yechimlari uchun $y_1^{(n)}(x_0) \neq y_2^{(n)}(x_0)$ munosabat o'rinli bo'lsa Koshi masalasining yechimi mavjud va yagona hisoblanadi. Agar (1) tenglamaning (3) shartni qanoatlantiruvchi yechimi topilmasa yoki ikkita $y_1(x)$ va $y_2(x)$ yechimlari (3) shartni va $y_1^{(n)}(x_0) = y_2^{(n)}(x_0)$ tenglikni qanoatlantirsa Koshi masalasi yechimining mavjudligi va yagonaligi buziladi deb aytamiz.

2-reja. Bu erda (2) tenglama uchun Koshi masalasi yechiminning mavjudligi va yagonaligi haqidagi asosiy teoremani (Pikar teoremasi) isbotsiz keltirib o'tamiz.

Teorema. $f(x, y, y', \dots, y^{(n-1)})$ funksiya

$$R: |x-x_0| \le a,\ |y-y_0| \le b,\ |y'-y'_0| \le b, \dots, |y^{(n-1)} - y_0^{(n-1)}| \le b$$

sohada aniqlangan bo'lib quyidagi ikkita shartni qanoatlantirsin:

1) R sohada $f(x, y, y', \dots, y^{(n-1)})$ funksiya o'zining barcha argumentlari bo'yicha uzluksiz (demak chegaralangan, ya'ni $|f(x, y, y', \dots, y^{(n-1)})| \le M$, bunda M o'zgarmas musbat son;

2) $f(x, y, y', \dots, y^{(n-1)})$ funksiyaning $y,\ y',\ \dots,\ y^{(n-1)}$ argumentlar bo'yicha hususiy hosilalari R sohada chegaralangan, ya'ni $\left|\dfrac{\partial f}{\partial y^{(l)}}\right| \le K$, $(l = 0, 1, \dots, n-1)$, bu era K o'zgarmas musbat son.

U holda (2) tenglamaning (3) boshlang'ich shartni qanoatlantiruvchi $y = y(x)$ yechimi mavjud va yagonadir. Bu yechim n-tartibli hosilalari bilan birga biror $I = \{x : |x - x_0| \le h\}$ intervalda uzluksizdir.

Bu teoremaning isboti hosilaga nisbatan yechilgan birinchi tartibli oddiy differensial tenglamaga keltirilganidek amalgam oshiriladi.

Endi (1) tenglama uchun qo'ilgan Koshi masalasi yechimining mavjudligi va yagonaligi haqidagi teoremani kltiramiz.

Teorema. Agar $F(x, y, y', \dots, y^{(n)})$ funksiya quyidagi uchta shartni qanoatlantirsa:

1) $F(x, y, y', \dots, y^{(n)})$ funksiya $(x_0, y_0, y'_0, \dots, y_0^{(n-1)}, y_0^{(n)})$ nuqtaning biror yopiq atrofida o'zining barcha hususiy hosilalari bilan birgalikda uzluksiz differensiallanuvchi;

2) $F(x_0, y_0, y'_0, \dots, y_0^{(n-1)}, y_0^{(n)}) = 0$;

3) $F'_{y^{(n)}}(x_0, y_0, y'_0, ..., y_0^{(n-1)}, y_0^{(n)}) \neq 0$,

u holda (1) tenglamani (3) boshlangich shartni va $y^{(n)}(x_0) = y_0^{(n)}$ tenglikni qanoatlantiruvchi $y = y(x)$ yechimi mavjud va yagona. Bu yechim $x = x_0$ nuqtaning biror atrofida n-tartibli hosilalari bilan birga uzluksizdir.

Bu teoremaning isbotlash hosilaga nisbatan yechlmagan birinchi tartibli oddiy ifferensial tenglama uchun keltirilganidek olib boriladi.

3-reja. D orqali shunday $(x, y, y', ..., y^{(n-1)})$ nuqtalar to'plamini belgilaylikki bu nuqtada (2) tenglama uchun qo'yilgan Koshi masalasi yagona yechimga ega bo'lsin. Agar 1) $C_1, C_2, ..., C_n$ parametrlarning ihtiyoriy qiymatida ham $y = \varphi(x, C_1, C_2, ..., C_n)$ funksiya (2) tenglamani qanoatlantirsa; 2) D to'plamdan olingan har bir $(x, y, y', ..., y^{(n-1)})$ nuqta uchun

$$\begin{cases} y = \varphi(x, C_1, C_2, ..., C_n) \\ y' = \varphi'(x, C_1, C_2, ..., C_n) \\ . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ y^{(n-1)} = \varphi^{(n-1)}(x, C_1, C_2, ..., C_n) \end{cases} \tag{4}$$

sistemanini $C_1, C_2, ..., C_n$ larga nisbatan bir qiymatli yechish mumkin bo'lsa u holda $y = \varphi(x, C_1, C_2, ..., C_n)$ funksiyani (2) differensial tenglamaning D to'plamdagi **umumiy yechimi** deb ataymiz.

Umumiy yechimning bitta muhim hossasini aytib o'tamiz. (4) sistemadan aniqlangan $C_1, C_2, ..., C_n$ parametrlarning qiymatlarini $y^{(n)} = \varphi^{(n)}(x, C_1, C_2, ..., C_n)$ tenglikka qo'ysak (2) tenglama hosil bo'ladi. Bu n parametrli chiziqlar oilasining differensial tenglamasini tuzish qoidasi hamdir.

Misol. $y'' + y = 0$ tenglamani $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$ boshlang'ich shartni qanoatlantiruvchi yechimini topaylik. Berilgan tenglamaning umumiy yechimi $y = C_1 \cos x + C_2 \sin x$ formula bilan ifodalanadi. Bundan Koshi maslasining yechimini aniqlash mumkin: $y = \cos x$.

(1) tenglama $y^{(n)} = f_k(x, y, y', ..., y^{(n-1)})$, $k = 1, ..., m$ tenglamalarga ajratilishi mumkin bo'lsin. Bu yuqori tartibli hosilaga nisbatan yechilgan tenglamalarning umumiy yechimlari to'plami (1) tenglamaning **umumiy yechimi** deyiladi.

Misol. $(y'')^2 = x^4$ tenglamani qaraylik. Bu tenglama ikkita $y'' = x^2$ va $y'' = -x^2$ differensial tenglamaga ajraladi. Ularning umumiy yechimlarini mos ravishda yozamiz: $y = \frac{x^4}{12} + C_1 x + C_2$, $y = -\frac{x^4}{12} + C_1 x + C_2$. Ular birgalikda berilgan tenglamaning umumiy yechimini beradi.

4-reja. Bizga

$$\varphi(x, y, y', \ldots, y^{(k)}, C_1, C_2, \ldots, C_{n-k}) = 0 \qquad (5)$$

tenglik berilgan bo'lsin. Bu tenglikni x bo'yicha $n-k$ marta differensiallab hosil bo'lgan $n-k$ ta tenglikdan $C_1, C_2, \ldots, C_{n-k}$ parametrlarni yo'qotsak natijada (1) tenglama hosil bo'lsa (5)ni (1) differensial tenglamaning **oraliq integrali** deb ataymiz. Hususan (5) tenglikda faqat bitta o'zgarmas parametr qatnashsa u (1) differensial tenglamaning **birinchi integrali** deyiladi.

Misol. $y'' = 2\sqrt{y'}$ ikkinchi tartibli differensial tenglamaning birinchi integrali $y' - (x + C_1)^2 = 0$ tenglik bo'lishini tekshiramiz. Bu tenglikni x bo'yicha differensiallaylik: $y'' - 2(x + C_1) = 0$. Bundan: $y'' = 2(x + C_1) = 2\sqrt{y'}$, berilgan tenglama hosil bo'ldi.

11-Mavzu. n-tartibli differensial tenglamalarning kvadraturalarda integrallanuvchi ba'zi turlari

Reja

1. n-tartibli differensial tenglamalarning kvadraturalarda integrallanuvchi ba'zi turlari.
2. Tartibi kamayadigan differensial tenglamalar

1-reja. 1. Dastlab

$$y^{(n)} = f(x) \qquad (1)$$

ko'rinishdagi tenglamani o'rganaylik. Agar $f(x)$ funksiya I intervalda uzluksiz bo'lsa bu tenglamani kvadraturalarda integrallash mumkin. (1) tenglamani n marta ketma-ket integrallab, umumiy yechimini topamiz:

$$y(x) = \int_{x_0}^{x}\int_{x_0}^{x}\ldots\int_{x_0}^{x} f(x)dxdx\ldots dx + \frac{C_1(x - x_0)^{n-1}}{(n-1)!} + \ldots + C_{n-1}(x - x_0) + C_n \qquad (2)$$

Quydagi Direhle formulasini isbotlaymiz:

$$\underbrace{\int_{x_0}^{x}\int_{x_0}^{x}\ldots\int_{x_0}^{x}}_{n\ ta} f(x)\underbrace{dxdx\ldots dx}_{n\ ta} = \frac{1}{(n-1)!}\int_{x_0}^{x} f(z)(x - z)^{n-1}dx$$

Isbotni matematik induksiya usulida olib boramiz. Dastlab n=2 uchun isbotlaylik: $\int_{x_0}^{x} f(x)dx = f_1(x)$ deb hisoblaylik. U holda

$$\int\limits_{x_0}^{x}\int\limits_{x_0}^{x} f(x)dxdx = \int\limits_{x_0}^{x} f_1(z)dz = \begin{bmatrix} u = f_1(z) & dv = dz \\ du = f(z)dz & v = z \end{bmatrix} = zf_1(z)\Big|_{z=x_0}^{z=x} - \int\limits_{x_0}^{x} zf(z)dz =$$

$$x\int\limits_{x_0}^{x} f(z)dz - \int\limits_{x_0}^{x} zf(z)dz = \int\limits_{x_0}^{x} (x-z)f(z)dz$$

n=k uchun Direhle formulasi o'rinli bo'lsin, yani

$$\underbrace{\int\limits_{x_0}^{x}\int\limits_{x_0}^{x}...\int\limits_{x_0}^{x}}_{k\ ta} f(x)\underbrace{dxdx..dx}_{k\ ta} = \frac{1}{(k-1)!}\int\limits_{x_0}^{x} f(z)(x-z)^{k-1}dx$$

tenglikka egamiz. Quydagi tenglikni isbotlash kerak

$$\underbrace{\int\limits_{x_0}^{x}\int\limits_{x_0}^{x}...\int\limits_{x_0}^{x}}_{k+1\ ta} f(x)\underbrace{dxdx..dx}_{k+1\ ta} = \frac{1}{k!}\int\limits_{x_0}^{x} f(z)(x-z)^{k}dx$$

$f_1(x)$ funksiya uchun quydagi tenglikni yoza olamiz:

$$\underbrace{\int\limits_{x_0}^{x}\int\limits_{x_0}^{x}...\int\limits_{x_0}^{x}}_{k\ ta} f_1(x)\underbrace{dxdx..dx}_{k\ ta} = \frac{1}{(k-1)!}\int\limits_{x_0}^{x} f_1(z)(x-z)^{k-1}dx$$

Bu tenglikning o'ng tomonini bo'laklab integrallaylik:

$$\frac{1}{(k-1)!}\int\limits_{x_0}^{x} f_1(z)(x-z)^{k-1}dx = \begin{bmatrix} u = f_1(z) & dv = (x-z)^{k-1} \\ du = f(z)dz & v = -\dfrac{(x-z)^k}{k} \end{bmatrix} =$$

$$-\frac{(x-z)^k}{k!}f_1(z)\Bigg|_{z=x_0}^{z=x} + \frac{1}{k!}\int\limits_{x_0}^{x} f(z)(x-z)^k dz = \frac{1}{k!}\int\limits_{x_0}^{x} f(z)(x-z)^k dz$$

Direhle formulasi isbotlandi. (2) ni bu formulasi yordamida soddaroq ko'rinishda yozish mumkin:

$$y(x) = \frac{1}{(n-1)!}\int\limits_{x_0}^{x} f(z)(x-z)^{n-1}dx + \frac{C_1(x-x_0)^{n-1}}{(n-1)!} + ... + C_{n-1}(x-x_0) + C_n$$

2. Endi

$$F(x, y^{(n)}) = 0 \qquad (3)$$

ko'rinishdagi tenglamani qaraymiz. Agar $F(\varphi(t),\psi(t))\equiv 0$ ayniyat o'rinli bo'lsa, u holda (3) tenglamani kvadraturalarda integrallash mumkin. Bu erda $x=\varphi(t)$, $y^{(n)}=\psi(t)$ tengliklarga egamiz. Bundan

$$dy^{(n-1)}=y^{(n)}dx=\psi(t)\varphi'(t)dt$$

$$y^{(n-1)}=\int\psi(t)\varphi'(t)dt+C_1=\psi_1(t,C_1)$$

Bu erdan esa

$$dy^{(n-2)}=y^{(n-1)}dx=\psi_1(t,C_1)\varphi'(t)dt$$

$$y^{(n-2)}=\int\psi_1(t,C_1)\varphi'(t)dt+C_2=\psi_2(t,C_1,C_2)$$

Shunday mulohazalar yuritib (3) tenglamaning umumiy yechimini parametrik ko'rinishda hosil qilamiz:

$$x=\varphi(t), \qquad y=\psi_n(t,C_1,C_2,...,C_n).$$

Misol. $e^{y''}+y''=x$ bu tenglamada $y''=t$, $x=e^t+t$ almashtirsak ayniyat hosil bo'ladi. Bu tengliklarga ko'ra

$$dy'=y''dx=t(e^t+1)dt \qquad\qquad y'=(t-1)e^t+\frac{t^2}{2}+C_1$$

$$dy=y'dx=\left((t-1)e^t+\frac{t^2}{2}+C_1\right)(e^t+1)$$

$$y=\left(\frac{t}{2}-\frac{3}{4}\right)e^{2t}+\left(\frac{t^2}{2}+C_1-1\right)e^t+\frac{t^3}{6}+C_1t+C_2.$$

Javob: $x=e^t+t$, $y=\left(\frac{t}{2}-\frac{3}{4}\right)e^{2t}+\left(\frac{t^2}{2}+C_1-1\right)e^t+\frac{t^3}{6}+C_1t+C_2$

3. $F(y^{(n-1)},y^{(n)})=0$ (4) ko'rinishdagi tenglamani qaraylik. Bu tenglamani $y^{(n)}$ ga nisbatan yechish mumkin bo'lsin: $y^{(n)}=f(y^{(n-1)})$. Agar $z=y^{(n-1)}$ desak $z'=f(z)$ - o'zgaruvchilari ajraladigan differensial tenglamaga kelamiz. Uning umumiy yechimi $z=\omega(x,C_1)$ bo'lsa belgilashimiz bo'yicha

$$y^{(n-1)}=\omega(x,C_1)$$

tenglamaga ega bo'lamiz. Bu tenglama (1) ko'rinishga ega va uni integrallay olamiz.

Agar (4) tenglamani $y^{(n)}$ ga nisbatan yechish mumkin bo'lmasa, lekin $F(\varphi(t),\psi(t))\equiv 0$ ayniyat o'rinli bo'lsa, u holda ham (4)ni kvadraturalarda integrallay olamiz. Bu erda $y^{(n-1)}=\varphi(t)$, $y^{(n)}=\psi(t)$ tengliklarga egamiz. Bundan

$$dy^{(n-1)}=y^{(n)}dx \qquad dx=\frac{dy^{(n-1)}}{y^{(n)}}=\frac{\varphi'(t)dt}{\psi(t)}$$

Bu erdan $x=\int\frac{\varphi'(t)dt}{\psi(t)}+C_1=\psi_1(t,C_1)$, $y^{(n-1)}=\varphi(t)$ tengliklarga egamiz. 2-punktda aynan shunday parametrik tengliklarga ega bo'lgan holda (3) tenglamani integrallashni ko'rgan edik. Ana shu mulohazalarni takrorlab (4) tenglamani umumiy yechimini hosil qilish mumkin.

4. $F(y^{(n-2)},y^{(n)})=0$ (5) ko'rinishdagi tenglamani o'rganamiz. Faraz qilaylik bu tenglamani $y^{(n)}$ ga nisbatan yechish mumkin bo'lsin: $y^{(n)}=f(y^{(n-2)})$. Bu erda $y^{(n-2)}=z$ deb olsak $z''=f(z)$ tenglamaga kelamiz. Uni $2z'dx$ ga ko'paytiramiz: $2z'z''dx=2f(z)zdx$

$$d(z'^2)=2f(z)dz$$

$$z'^2=2\int f(z)dz+C_1 \qquad z'=\sqrt{2\int f(z)dz+C_1}$$

Ohirgi o'zgaruvchilari ajraladigan tenglamani yechimi $z=\varphi(x,C_1,C_2)$ bo'lsin. Belgilashimizga ko'ra $y^{(n-2)}=\varphi(x,C_1,C_2)$ (1) k'rinishdagi tenglamaga kelamiz.

Agar (5) tenglamani $y^{(n)}$ ga nisbatan yechish mumkin bo'lmasa, lekin $F(\varphi(t),\psi(t))\equiv 0$ ayniyat o'rinli bo'lsa, u holda ham (5)ni kvadraturalarda integrallay olamiz. Bu erda $y^{(n-2)}=\varphi(t)$, $y^{(n)}=\psi(t)$ tengliklarga egamiz. Bundan

$$dy^{(n-1)}=y^{(n)}dx \qquad dy^{(n-2)}=y^{(n-1)}dx$$

$$y^{(n-1)}dy^{(n-1)}=y^{(n)}dy^{(n-2)} \qquad d\left[y^{(n-1)}\right]^2=2\psi(t)\varphi'(t)dt$$

$$y^{(n-1)}=\sqrt{2\int\psi(t)\varphi'(t)dt+C_1}=\psi_1(t,C_1)$$

Demak biz $y^{(n-1)}=\sqrt{2\int\psi(t)\varphi'(t)dt+C_1}=\psi_1(t,C_1)$ va $y^{(n-2)}=\varphi(t)$ tengliklarga egamiz. 3-punktda bunday tengliklarga ega bo'lgan holda (4) tenglamani integrallashni ko'rganmiz. Ana shu mulohazalarni yuritib (5) tenglamani integrallash mumkin.

2-reja. A. $F(x,y^{(k)},y^{(k+1)},...,y^{(n)})=0$ ko'rinishdagi tenglamalarda $z=y^{(k)}$ almashtirish yordamida yangi z funksiya kiritsak tenglama tartibi k ga kamayadi, ya'ni $F(x,z',z'',...,z^{(n-k)})=0$ tenglamaga kelamiz.

B. $F(y, y', ..., y^{(n)}) = 0$ ko'rinishdagi tenglamalarda y ni erkli o'zgaruvchi deb hisoblab, $y' = z$ almashtirish bilan yangi z funksiyani kiritsak berilgan tenglamaning tartibi bittaga kamayadi.

Misol. $(1+y^2)yy'' = (3y^2-1)y'^2$ tenglamada $z = y'$ desak $y'' = z'y' = z'z$. Bundan $(1+y^2)yz'z = (3y^2-1)z^2$ o'zgaruvchilari ajraladigan tenglama.

C. Agar $F(x, y, y', ..., y^{(n)}) = 0$ tenglamada F funksiya $y, y', ..., y^{(n)}$ larga nisbatan bir jinsli bo'lsa, ya'ni $F(x, ty, ty', ..., ty^{(n)}) = t^m F(x, y, y', ..., y^{(n)})$ tenglik o'rinli bo'lsa, u holda $z = \frac{y'}{y}$ almashtirish bilan yangi funksiya tenglama tartibini bittaga kamaytirish mumkin.

Misol. $xyy'' + xy'^2 - yy' = 0$ tenglama y, y', y'' larga nisbatan bir jinslidir. $y' = yz$ $y'' = y'z + yz' = y(z^2 + z')$. Bundan $xy^2(z^2 + z') + xy^2z^2 - y^2z = 0$ yoki $xz' + 2xz^2 - z = 0$. Bernulli tenglamasi hosil bo'ldi.

D. Agar $F(tx, t^k y, t^{k-1}y', ..., t^{k-n}y^{(n)}) = t^m F(x, y, y', ..., y^{(n)})$ tenglik o'rinli bo'lsa $F(x, y, y', ..., y^{(n)}) = 0$ tenglama umumlashgan bir jinsi deyladi. Bu tenglamada $x = e^t$, $y = ze^{kt}$ almashtirish bajarsak erkli o'zgaruvchi t, noma'lum funksiya z dan iborat tartibi $n-1$ ga teng differensial tenglama hosil bo'ladi.

E. Agar $F(x, y, y', ..., y^{(n)}) = 0$ tenglamaning chap tomoni biror $\Phi(x, y, y', ..., y^{(n-1)})$ funksiyadan x bo'yicha olingan hosilaga teng bo'lsa, ya'ni $F(x, y, y', ..., y^{(n)}) = \frac{d}{dx}\Phi(x, y, y', ..., y^{(n-1)})$ tenglik o'rinli bo'lsa u holda qaralayotgan tenglamaning birinchi integrali $\Phi(x, y, y', ..., y^{(n-1)}) = C_1$ dan iborat. Demak bu holda englama tartibi bittaga kamayadi.

Misol. $\frac{y''}{(1+y'^2)^{\frac{3}{2}}} = 0$ tenglamaning chap tomoni $\frac{y'}{\sqrt{1+y'^2}}$ ifodaning to'liq differensialidan iborat. Demak $\frac{y'}{\sqrt{1+y'^2}} = C_1$ tenglamaning birinchi integralidan iborat.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati:

1. Berggren, J. Lennart, and Singer, James. "Equation." Microsoft® Student 2009 [DVD]. Redmond, WA: Microsoft Corporation, 2008.
2. Chisholm, Hugh, ed. (1911). "Equation". Encyclopædia Britannica (11th edition). Cambridge University Press.
3. O'zME. Birinchi jild. Toshkent, 2000-yil
4. Petrovskiy I. G., Leksii po teorii obiknovennix differensialnix uravneniy, 6 izd., M., 1970

5. Salohiddinov M. S, Nasriddinov G‘., Oddiy differensial tenglamalar, T., 1994