

Davriy Kasrlarni Oddiy Kasrlarga Aylantirishning Ayrim Usullari

A. Satvoldiyev¹

Annotatsiya: Ushbu maqolada “Boshlang’ich matematika kursi nazariyasi” fanida cheksiz davriy kasrlarni oddiy kasrlarga aylantirishning turli usullari haqida atroflicha fikr yuritilgan.

Keywords: fraction, natural number, integer, rational number, irrational number, real number, complex number, right fraction, wrong fraction, decimal, mixed fraction, incompressible fraction.

Kirish

Matematikaning amaliyotga ko’pgina tadbiri ikkita asosiy masalaga, ya’ni kattaliklarni o’lchash va chekli to’plamlar elementlari sonini hisoblashga doir masalalarga olib keladi. To’plamlar elementlari sonini sanash natural sonlar bilan ifodalanadi.

Lekin hamma vaqt ham o’lchanadigan kattalikni butun son marta o’lchov birligi orqali ifodalab bo’lmagan. Bu esa natural sonlardan boshqa sonlarni ham kiritishga ya’ni sonlar tushunchasini kengaytirishga olib kelgan. Ma’lumki, matematika kursida natural, butun, ratsional, irratsional, haqiqiy va kormpleks sonlar to’plamlari bilan ish ko’riladi. Sonlarning turli to’plamlari orasidagi o’zaro bog’lanishlari xususida to’xtalamiz.

Tadqiqot natijalari

“KASR”-arbcha “kasara” so’zidan olingan bo’lib parcha, ulush, bo’lak, qism ma’nolarini bildiradi.

Biz ning eramizgacha V asrda Pifagor maktabida musbat ratsional sonlar kesmalar uzunliklarini aniq o’lchash uchun yetarli emasligi aniqlangan va keyinroq bu muammo hal qilingandan keyin irratsional sonlar paydo bo’ldi, XVI asrda esa o’nli kasrlarning kiritilishi bilan haqiqiy sonlarga qadam qo’yildi. Haqiqiy sonning qat’iy ta’rifi, haqiqiy sonlar to’plami xossalari asoslanishi XIX asrda berildi.

Kasrlarning paydo bo’lishi tarixi kattaliklarni o’lchash bilan bog’liq.

Masalan, $7:2 = 3.5$, $9:4 = 2\frac{1}{4}$, ... Bu erda hosil qilingan bo’linmadagi 3.5 ; $2\frac{1}{4}$, ... sonlari butun sonlar to’plamida mavjud emas. Umuman olganda $m \cdot x = n$, $m \neq 0$ ko’rinishdagi tenglamaning yechimi butun sonlar to’plamida har doim mavjud emas, bu tenglama har doim $x = \frac{n}{m}$ ko’rinishdagi yechimga ega bo’lishi uchun kasr tushunchasini kiritish orqali butun sonlar to’plamini kengaytirib, unga barcha manfiy va musbat kasr sonlarni qo’shish kerak. Bu degan so’z $\left\{-\frac{p}{q}, 0, \frac{p}{q}\right\}$ ko’rinishdagi ratsional sonlar to’plamini hosil qilish kerak deganidir.

Shundagina $mx = n$ ko’rinishdagi tenglamalar har doim yechimga ega bo’ladi. Bu erda r va q lar natural sonlardir. Yuqoridagi mulohazalarga ko’ra ratsional songa quyidagicha ta’rif berish mumkin: $\frac{p}{q}$ ko’rinishdagi *qisqarmas kasrga ratsional son deyiladi*.²

¹ Andijon davlat pedagogika instituti, Boshlang’ich ta’lim metodikasi kafedrasida katta o’qituvchisi.

² S.Alixonov. “Matematika o’qitish metodikasi” Cho’lpon nomidagi nashriyot-matba ijodiy uyi, 2011



Birlikning bir yoki bir necha ulushini ifadalovchi son kasr son deyiladi. Kasr sonlar ikki xil bo'ladi: oddiy va o'nli kasr. Oddiy kasr o'z navbatida To'g'ri va noto'g'ri kasrlarga bo'linadi.

Kasrning surati m axrajidan katta bo'lsa bunday kasr noto'g'ri kasr, kichik bo'lsa to'g'ri kasr deyiladi.

Oddiy kasrning umumiy ko'rinishi $\frac{n}{m}$ shaklda bo'ilib, bunda $m \neq 0$, n - kasrning surati, m esa kasrning maxraji deyiladi.

Masalan: $\frac{4}{3}$ - noto'g'ri kasr, $\frac{1}{2}$ - to'g'ri kasr.

Maxraji 10 yoki 10ning darajalaridan iborat kasr o'nli kasr deyiladi.

Masalan: $\frac{1}{10}$, $\frac{3}{100}$, ...

Qoida: Oddiy kasrni o'nli kasr ko'rinishida yozish uchun uning suratini maxrajiga bo'lish kerak.

Masalan: $\frac{1}{2} = 0.5$, $\frac{1}{4} = 0.25$, $\frac{3}{8} = 0.375$

Qoida: O'nli kasrni oddiy kasr ko'rinishida yozish uchun uning o'qilish tartibiga rioya qilgan holda yozish kerak.

Masalan: 0.1 – nol butun o'ndan bir, demak: $\frac{1}{10}$

2.01 - ikki butun yuzdan bir - $2\frac{1}{100}$

Qoida: agar oddiy kasrning maxraji 2 va 5 dan (yoki ularning darajalaridan) iborat bo'lsa, bunday kasr chekli o'nli kasrga aylanadi. (aks holda cheksiz o'nli kasr hosil bo'ladi).

Masalan: $\frac{1}{2} = 0.5$, $\frac{1}{4} = 0.25$, $\frac{3}{8} = 0.375$, $\frac{1}{25} = \frac{1}{5^2} = 0.04$

Butun va kasr qismlardan iborat kasrlarga aralash kasrlar deyiladi.

Masalan: $3\frac{1}{2}$, $2\frac{4}{5}$, $1\frac{2}{3}$

Teorema: $\frac{m}{n}$ qisqarmas kasr chekli o'nli kasrga teng bo'lishi uchun bu kasr maxrajining tub

ko'paytuvchilarga yoyilmasida faqat 2 va 5 sonlari bo'lishi zarur va yetarlidir. (Biz uni isbotsiz qabul qilamiz.)

$$\frac{m}{10^n} = \frac{m_k \cdot 10^k + \dots + m_n 10^n + m_{n-1} 10^{n-1} + \dots + m_0}{10^n} =$$

$$= m_k 10^{k-n} + \dots + m_n + \frac{m_{n-1}}{10} + \dots + \frac{m_0}{10^n} \quad (1)$$

Masalan, $\frac{17}{250}$

kasrni o'nli kasr ko'rinishida yozish mumkin, chunki u qisqarmas va maxrajining tub ko'paytuvchilarga yoyilmasi 2 va 5 sonlari darajalaridangina iborat: $250 = 2 \cdot 5^3$, $\frac{7}{15}$ kasrni o'nli

kasr ko'rinishida yozib bo'lmaydi, uning maxrajining tub ko'paytuvchilarga yoyilmasida 3 soni bor: $15 = 3 \cdot 5$.

Davriy kasrlar ikki xil bo'lib:



Sof davriy kasrlar – ularda vergul bilan davr orasida boshqa o`nli xonalar yo`q.

Masalan, $0,(3)$, $0,(27)$, $0,(85472)$, ...

Aralash davriy o`nli kasrlar – ularda vergul va davr orasida boshqa o`nli xonalar bor.

$3,15(44)$, $0,1(45)$, ...

Agar chekli o`nli kasrni davri 0 ga teng cheksiz kasr deb hisoblash kelishilsa, buni qisqacha shunday yozish mumkin. Masalan, $7,82 = 7,82(0)$. Bunday kelishilish ixtiyoriy musbat ratsional sonni cheksiz davriy o`nli kasr ko`rinishida yozishga imkon beradi. Shuningdek, ixtiyoriy musbat cheksiz davriy o`nli kasrni biror musbat ratsional son shaklida ifodalash mumkin.³

$\frac{m}{n}$ musbat ratsional sonni cheksiz davriy o`nli kasr ko`rinishida yozish uchun surat m ni maxraj n ga bo`lish kerak.

Umuman, sof davriy cheksiz o`nli kasr shunday oddiy kasrga tengki, uning surati davrga teng, maxraji esa kasr davrida nechta raqam bo`lsa, shuncha to`qqizdan iborat⁴. Yani

$$0,(14) = \frac{14}{99}$$

1-Usul: Endi biz shu $0,(14)$ sof davriy cheksiz o`nli kasrni oddiy kasr ko`rinishiga quyidagicha keltiramiz:

Cheksiz davriy o`nli kasr $0,(14)$ berilgan bo`lsin, ya`ni $0,141414\dots$. Unga mos ratsional sonni a orqali belgilaymiz, u holda $a = 0,141414\dots$. Bu tenglikning ikkala tomonini 100 ga ko`paytiramiz:

$$100a = 14,1414\dots \text{ yoki } 100a = 14 + 0,1414\dots = 14 + a$$

$$100a = 14 + a \text{ tenglamani echamiz: } a = \frac{14}{99}. \text{ Bu kasr qisqarmas.}$$

2-Usul: $x=2,(273)$ bo`lsin. Bu sof davriy kasrning davrida uchta raqam bor. x ni 1000 ga ko`paytirib, $1000x=2273,(273)$ ni hosil qilamiz. Xuddi yuqoridagiga o`xshash topamiz:

$$1000x - x = 2273,(273) - 2,(273), \quad 999x = 2271, \text{ bundan}$$

$$X = \frac{2271}{999} = \frac{757}{333} = 2\frac{91}{333}$$

Umuman, butun qismi 0 bo`lgan aralash davriy kasr shunday oddiy kasrga tengki, uning surati ikkinchi davrgacha yozilgan sondan birinchi davrgacha yozilgan sonning ayirmasidan, maxraji esa davrda nechta raqam bo`lsa, shuncha to`qqizdan va birinchi davrgacha nechta raqam bo`lsa, shuncha noldan iborat

$$a = \frac{541 - 5}{990} = \frac{536}{990}$$

Endi bizga davriy kasr, ya`ni $0,54141\dots$ berilgan bo`lsin. Unga mos ratsional sonni a orqali belgilaymiz, u holda $a = 0,54141\dots$. Bu tenglikning ikkala qismini 10 ga ko`paytirib, $10a = 5,4141\dots$ sof davriy kasrni hosil qilamiz. Keyingi o`zgartirishlar yuqoridagidek bajariladi. $x = 5,4141\dots$ deymiz. Bu tenglikni ikkala qismini 100 ga ko`paytiramiz: $100x = 541,4141\dots$ yoki $100x = 541 + 0,4141\dots$. Bu tenglikni ikkala qismiga 5 ni qo`shamiz:

³. S.Alixonov. "Matematika o`qitish metodikasi" Cho'lpon nomidagi nashriyot-matba ijodiy uyi, 2011

⁴. L.P. Stoylova "Boshlang'ich matematika kursi asoslari" "O`qituvchi" nashriyoti 1991.



$100x + 5 = 541 + 5,4141 \dots$; $x = 5,4141$ bo`lgani uchun $100x + 5 = 541 + x$ tenglamani hosil qilamiz, bundan $x = \frac{541-5}{99}$, x ning bu qiymatini $10a = 5,4141 \dots$ tenglikka qo`yamiz:

$$10a = \frac{541-5}{99}, \text{ bundan } a = \frac{541-5}{990} = \frac{536}{990}.$$

3-Usul: $x=0,2(54)$ bo`lsin. Bu aralash davriy kasrda vergulni o`ng tomonga shunday suramizki, natijada sof davriy kasr hosil bo`lsin. Buning uchun x ni 10 ga ko`paytirib qo`yish kifoya. $10x=2,(54)$ ni hosil qilamiz.

$y=2,(54)$ bo`lsin va yuqoridagilarga o`xshash bu sof davriy kasrni oddiy kasrga aylantiramiz. $y=2,(54)$ bundan $100y=254(54)$, $100y - y = 254(54) - 2,54$,

$$99y=252, y = \frac{252}{99} = \frac{28}{11} \text{ demak, } 10x = \frac{28}{11}, \text{ bundan } x = \frac{28}{11 \cdot 10} = \frac{14}{55}$$

4-Usul: $x = 3,254(9)$ deb $1000x=3254(9)$ ni hosil qilamiz. $y=1000x$

belgilashni kiritamiz, u holda $y=3254,(9)$, bundan $10y - y = 32549(9) - 3254(9)$;

$$y=3255; 100x=3255, X = \frac{3225}{100} = 3 \frac{51}{200}$$

Endi quyidagiga e`tibor beramiz. $\frac{3255}{1000} = 3,255 = 3,255(0)$ chekli o`nli kasr yoki davrida nol bo`lgan cheksiz kasrni hosil qilamiz.

Demak, $3,254(9)=3,255(0)$. Bu hol davrida to`qqiz bo`lgan istalgan kasr ko`rinishida yozish mumkin. Buning uchun davr oldidagi o`nli raqamni bir birlikka orttirish kifoya.⁵

Masalan, $0,45(9)=0,46(0)$; $14,(9)= 15,(0)$.

Xulosa qilib aytganda aralash cheksiz davruy kasrlarni oddiy kasrlarga aylantirishda faqat qoida orqali, emas balki tenglamalar orqali ham aylantirish mumkinligini ko`rsatish mumkin .

Adabiyotlar:

1. L.P. Stoylova "Boshlang'ich matematika kursi asoslari" "O`qituvchi" nashriyoti 1991 .
2. S.Alixonov. "Matematika o`qitish metodikasi" Cho`lpon nomidagi nashriyot-matba ijodiy uyi, 2011

⁵ . L.P. Stoylova "Boshlang'ich matematika kursi asoslari" "O`qituvchi" nashriyoti 1991 .

