

# Развитие Технологии Критического Мышления У Студентов В Векторной Алгебре

*Айматова Фариды Хуразовна<sup>1</sup>*

**Аннотация:** В данной статье описывается один из инновационных методов «Т-Таблицы» преподавания темы: «Векторы и её свойства». В данной статье показаны, как нужно использовать «Т-таблицу» для сравнительного анализа коллинеарности, перпендикулярности и компланарности векторов. А также, кратко описана тема и рассмотрены несколько примеров по данной теме.

**Ключевые слова:** Определение векторов, длина вектора, коллинеарность векторов, компланарность векторов, перпендикулярность векторов, Т-таблицы.

Инновационные методы преподавания курса математики могут включать разнообразные подходы, которые помогут студентам лучше понять математические концепции и применять их в решение задач. Рассмотрим несколько возможных методов:

**Интерактивные уроки:** Задачи с головоломками, ребусами, кроссвордами или же дискуссии на занятиях помогает студентам активно участвовать в обучении.

**Проектное обучение:** Задания, которые связанные экономическими ситуациями, могут помочь студентам применить математику на практике.

**Использование технологии виртуальной реальности:** Так как сейчас, очень развито виртуальные среды, то виртуальная среда поможет визуализировать математические задачи и сделать эти задачи наиболее понятными.

**Индивидуализация обучения:** Учитывать у разных студентов их потребность, то есть как они справляется с математикой легко или же они испытывают трудность.

**Смешанное обучение:** Комбинирование традиционных лекций с онлайн-ресурсами и заданиями может улучшить понимание материала.

**Технология развития критического мышления:** Поощрение студентов и анализ проблемы и решение этих проблем самостоятельно.

**Проектирование уроков на основе запросов:** Учитывайте интересы и вопросы студентов, чтобы сделать математику более привлекательной и актуальной.

Рассмотрим один из интерактивных методов **технология развития критического мышления Т-таблицы** для темы «Векторы и их свойства».

Для начала рассмотрим понятие и основные свойства векторов.

**Вектор** – это направленный отрезок  $\overrightarrow{AB}$ , имеющий начало в точке А и конец в точке В. Векторы обозначаются  $\overrightarrow{AB}$  или же  $\vec{a}$ .

<sup>1</sup>Старший преподаватель кафедры «Общественных и точных наук» Ташкентского государственного экономического университета





Векторы  $\vec{AB}$  и  $\vec{BA}$  называются **противоположными векторами**. Длинной или же модулем вектора  $\vec{AB}$  называется расстояние между точками A и B.

Если  $A(x_1, y_1, z_1)$  и  $B(x_2, y_2, z_2)$ , то длина векторравна:

$$|\vec{AB}| = |\vec{a}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Если длина вектора равна 0, то такой вектор называется нулевым вектором. Если же длина вектора равна 1, то такой вектор называется **единичным вектором** или же **ортом**.

Векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  называются **коллинеарными**, если они лежат на одной прямой или же на параллельных прямых.

Если  $\vec{a} // \vec{b}$  – коллинеарные векторы и  $\vec{a}(x_1, y_1, z_1)$ ,  $\vec{b}(x_2, y_2, z_2)$ , то

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2}$$

**Пример.** Пусть даны векторы  $\vec{a}(2, -5, 1)$ ,  $\vec{b}(0, 3, 4)$ ,  $\vec{c}(4, -10, 2)$ ,  $\vec{d}(-1, 0, 2)$ ,  $\vec{e}(6, 3, 3)$ ,  $\vec{f}(8, 0, 1)$ ,  $\vec{j}(0, 9, 12)$ ,  $\vec{h}(-4, 0, 8)$ ,  $\vec{n}(2, 1, 1)$ ,  $\vec{m}(4, 2, 2)$ . Найдите коллинеарные векторы.

**Решение.** Векторы  $\vec{a} // \vec{c}$ , так как  $\frac{2}{4} = \frac{-5}{-10} = \frac{1}{2}$ .

Векторы  $\vec{b} // \vec{j}$ , так как  $\frac{0}{0} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12}$ .

Векторы  $\vec{d} // \vec{h}$ , так как  $\frac{2}{-4} = \frac{-5}{0} = \frac{1}{8}$ .

Векторы  $\vec{n} // \vec{m}$ , так как  $\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ .

Векторы  $\vec{a}(x_1, y_1, z_1)$  и  $\vec{b}(x_2, y_2, z_2)$  называются **перпендикулярными**, если  $x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 = 0$  и обозначаются  $\vec{a} \perp \vec{b}$ .

**Пример.**  $\vec{a}(2, -5, 1)$ ,  $\vec{b}(0, 1, 5)$ ,  $\vec{c}(4, -10, 1)$ ,  $\vec{d}(-1, 0, 2)$ ,  $\vec{e}(6, 3, 3)$ ,  $\vec{f}(8, 0, 1)$ ,  $\vec{j}(0, 9, 12)$ ,  $\vec{h}(-4, 0, 8)$ ,  $\vec{n}(2, 1, 2)$ ,  $\vec{m}(4, 2, -2)$ . Проверить данные векторы на перпендикулярность.

**Решение.** Чтобы пара векторов были перпендикулярными, должно выполняться условие:  $x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 = 0$ .

Векторы  $\vec{a}(2, -5, 1)$ ,  $\vec{b}(0, 1, 5)$  перпендикулярные, так как  $2 \cdot 0 + (-5) \cdot 1 + 1 \cdot 5 = 0$ .

Векторы  $\vec{d}(-1, 0, 2)$ ,  $\vec{e}(6, 3, 3)$  перпендикулярные, так как  $-1 \cdot 6 + 0 \cdot 3 + 2 \cdot 3 = 0$ .

Векторы  $\vec{c}(4, -10, 1)$ ,  $\vec{n}(2, 1, 2)$  перпендикулярные, так как  $-1 \cdot 6 + 0 \cdot 3 + 2 \cdot 3 = 0$ .

Тройка векторов  $\vec{a}(x_1, y_1, z_1)$ ,  $\vec{b}(x_2, y_2, z_2)$  и  $\vec{c}(x_3, y_3, z_3)$  называются **компланарными**, если они лежат на одной или же на параллельных плоскостях, тогда для этих векторов выполняется условие:

$$\vec{a}\vec{b}\vec{c} = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix} = 0$$

**Пример.** Исследуем  $\vec{a}, \vec{b}$  и  $\vec{c}$  векторов компланарность, если векторы равны  $\vec{a} = i + 2j + 3k$ ,  $\vec{b} = i + j + k$ ,  $\vec{c} = i + 2j + k$



**Решение.**

$$\vec{a}\vec{b}\vec{c} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= 1 \cdot 1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 \cdot 3 - (3 \cdot 1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 \cdot 1) = 0$$

Следовательно векторы  $\vec{a}, \vec{b}$  и  $\vec{c}$  являются компланарными.

Теперь, рассмотрим один из инновационных методов: Т-таблицы.

**Т-таблица** – это важный инструмент в методике исследования или анализа данных. Она позволяет систематизировать и представить информацию в виде таблицы, где строки соответствуют наблюдениям или объектам, а столбцы – различным переменным или характеристикам. В исследованиях: Т-таблицы используются для сбора и организации данных, например, при проведении опросов или экспериментов. В анализе данных: После сбора данных мы можем применять различные статистические методы, чтобы извлечь информацию из Т-таблиц. Её преимущества в том, что помогают нам увидеть образцы и взаимосвязи между переменными, а также в Т-таблицах информацию легко читать и анализировать.

Рассмотрим примеры решения задач на коллинеарность, перпендикулярность и компланарность векторов, используя Т-таблицы.

В качестве примера рассмотрим заполнение **Т-таблицы** студентами по теме «Векторы и их свойства».

**Пример-1.** Даны векторы:  $\vec{a}(-2,3,4), \vec{b}(-4,6,8), \vec{c}(4,7,8), \vec{d}(12,21,24), \vec{e}(2,-6,5), \vec{f}(4,-12,10), \vec{j}(-2,3,4), \vec{h}(-12,18,24), \vec{i}(0,1,4), \vec{g}(0,3,12), \vec{k}(5,2,7), \vec{l}(10,4,14), \vec{m}(0,3,5), \vec{n}(2,3,4), \vec{p}(9,7,4), \vec{q}(12,0,1), \vec{r}(8,3,1), \vec{s}(0,1,4), \vec{t}(5,2,6), \vec{u}(0,2,3), \vec{v}(6,-1,4), \vec{w}(-2,0,4), \vec{o}(-3,3,1), \vec{z}(-1,3,1)$ . Проверить этих векторов на коллинеарность и заполнить Т-таблицу.

**Решение.** Студенты должны проверять эти векторы на коллинеарность, и заполнить Т-таблицу, следующим образом:

коллинеарные	неколлинеарные
1) $\vec{a}(-2,3,4), \vec{b}(-4,6,8)$	1) $\vec{m}(0,3,5), \vec{n}(2,3,4)$
2) $\vec{c}(4,7,8), \vec{d}(12,21,24)$	2) $\vec{p}(9,7,4), \vec{q}(12,0,1)$
3) $\vec{e}(2,-6,5), \vec{f}(4,-12,10)$	3) $\vec{r}(8,3,1), \vec{s}(0,1,4)$
4) $\vec{j}(-2,3,4), \vec{h}(-12,18,24)$	4) $\vec{t}(5,2,6), \vec{u}(0,2,3)$
5) $\vec{i}(0,1,4), \vec{g}(0,3,12)$	5) $\vec{v}(6,-1,4), \vec{w}(-2,0,4)$
6) $\vec{k}(5,2,7), \vec{l}(10,4,14)$	6) $\vec{o}(-3,3,1), \vec{z}(-1,3,1)$

**Пример-2.** Даны векторы:

$$a_1 = i + 2j - 3k, b_1 = i + j + k, c_1 = i + 2j + k, d_1 = 2i + j - k, f_1 = -2i + 3j + k, p_1 = 2i + j + k, m_1 = -3i + 2j + 5k, n_1 = i - j + k, o_1 = 4i + 2j + k, r_1 = i + j - 6k, s_1 = i + 3j - 2k, t_1 = -i + j + k,$$

$$a_2 = 2i + 2j + 3k, b_2 = i - 6j + k, c_2 = i + 2j + k; d_2 = 2i + 1j + k, f_2 = 5i + 3j + k, p_2 = 2i + j + k, m_2 = i + 2j + 3k, n_2 = -4i + j + k$$

$o_2 = i + 2j + 4k, r_2 = i + 3j + k$ . Проверить этих векторов на перпендикулярность и заполнить Т-таблицу.



**Решение.** Студенты должны проверить их на ортогональность векторов и заполнить Т-таблицу, следующим образом:

перпендикулярные	неперпендикулярные
$a_1 = i + 2j - 3k, b_1 = i + j + k,$ $c_1 = i + 2j + k; d_1 = 2i + j - k,$ $f_1 = -2i + 3j + k, p_1 = 2i + j + k,$ $m_1 = -3i + 2j + 5k, n_1 = i - j + k$ $o_1 = 4i + 2j + k, r_1 = i + j - 6k$ $s_1 = i + 3j - 2k, t_1 = -i + j + k$	$a_2 = 2i + 2j + 3k, b_2 = i - 6j + k,$ $c_2 = i + 2j + k; d_2 = 2i + 1j + k,$ $f_2 = 5i + 3j + k, p_2 = 2i + j + k,$ $m_2 = i + 2j + 3k, n_2 = -4i + j + k$ $o_2 = i + 2j + 4k, r_2 = i + 3j + k$ $s_2 = i + 6j + 3k, t_2 = 2i + j + k$

**Пример-3.** Даны векторы тройка векторов:

$$a = i + 2j + 3k, b = i + j + k, c = 3i + 3j + 3k;$$

$$a = i + j + k, b = -i - j - k, c = i + j + 5k;$$

$$a = i + j + k, b = -i - j - k, c = i + j + 2k;$$

$$a = 2i + 3j + k, b = -2i - 3j - k, c = i + j + 2k;$$

$$a = i + 3j + 3k, b = -i - 3j - 3k, c = 2i + 4j + k;$$

$$a = 4i + 4j + 2k, b = 2i + 2j + k, c = 2i + j + k;$$

$$a = 2i - 3j + k, b = j + 4k, c = 5i + 2j - 3k;$$

$$a = i - j + 2k, b = 2j + 4k, c = 2i + 2j - 3k;$$

$$a = i + 3j + k, b = j + k, c = i + 2j - 3k;$$

$$a = i + j + 3k, b = j + 4k, c = i - j - k;$$

$$a = 5i - 2j + k, b = 3j + k, c = 4i + j - k;$$

$a = 3i - j + k, b = j + 2k, c = 6i + j - k.$  Проверить этих векторов на перпендикулярность и заполнить Т-таблицу.

**Решение.** Студенты должны проверить их на ортогональность векторов и заполнить Т-таблицу, следующим образом:

компланарные	некомпланарные
1) $a = i + 2j + 3k, b = i + j + k, c = 3i + 3j + 3k;$	1) $a = 2i - 3j + k, b = j + 4k, c = 5i + 2j - 3k;$
2) $a = i + j + k, b = -i - j - k, c = i + j + 5k$	2) $a = i - j + 2k, b = 2j + 4k, c = 2i + 2j - 3k;$
3) $a = i + j + k, b = -i - j - k, c = i + j + 2k$	3) $a = i + 3j + k, b = j + k, c = i + 2j - 3k;$
4) $a = 2i + 3j + k, b = -2i - 3j - k, c = i + j + 2k$	4) $a = i + j + 3k, b = j + 4k, c = i - j - k;$
5) $a = i + 3j + 3k, b = -i - 3j - 3k, c = 2i + 4j + k$	5) $a = 5i - 2j + k, b = 3j + k, c = 4i + j - k;$
6) $a = 4i + 4j + 2k, b = 2i + 2j + k, c = 2i + j + k$	6) $a = 3i - j + k, b = j + 2k, c = 6i + j - k$

Итак, инновационные методы преподавания является одним из эффективных способов преподавания в математике. Инновационные методы развивает технологию критического мышления у студентов, расширяет математический кругозор, даёт возможность студентам лучше освоить темы, анализировать и решать сложные задачи. Научить самостоятельно решать математические задачи.



В частности, Т-таблицы даёт возможность развивать технологию критического мышления и анализировать, сопоставлять и сравнивать коллинеарные, перпендикулярные и компланарные векторы. В различных примерах видно. Особенно при заполнении этих таблиц, во-первых, нужны знания о понятиях коллинеарности, перпендикулярности и компланарности векторов, во-вторых нужно заполнять таблицы.

### Литература

1. Ф.Х. Айматова. Метод графического органайзера в высшей математике. *Academic Research in Educational Sciences* 3 (4), 107-111.
2. F.K Aymatova. Innovative technologies in modern education. *Academic research in educational sciences* 3 (10), 742-753.
3. Н.Т. Рузматова, Ф.Х. Айматова. Организация самостоятельной работы студента. *Наука и образование сегодня* 4 (51), 4-5.

