Impact Factor: 9.2 ISSN-L: 2544-980X

Koshi Integrallıq Formulasınıń Integrallardı Esaplawda Qollanıwları

H. Yuldashova [1], *S. Rashidov* [2]

Koshi integrallıq formulası kompleks analizde áhmiyetlı formulalardıń biri bolıp tabıladı. Sebebi, bul formula kóplegen qollanıwlarǵa iye hám eki ájayıp qásiyetti qanaatlandıradı:-birinshiden, bul formula qálegen sıypaq yaki bólekli sıypaq oblastlar ushın orınlı (universallıq qásiyeti);-ekinshiden, formula yadrosı ishki ózgeriwshi boyınsha golomorf. Kóp ózgeriwshili funkciyalar ushın Koshi integrallıq formulasınıń analogları judá kóp, biraq bul formulalar joqarıdaǵı eki qásiyetti qanaatlandırmaydı. Máselen, polikrug ushın eseli Koshi integrallıq formulası, shar ushın Lere formulası, poliedr ushın Veyl formulası, klassiqalıq oblastlarda Xua Lo-ken integrallıq formulası bazı-bir oblastlarda orınlı bolsa al Martinelli-Boxner integrallıq formulası golomorf yadroǵa iye emes

(sm.[1,2]).

Meyli bizge kompleks tegislikte shegaralanǵan hám shegarası ∂D sıypaq yaki bólekli sıypaq iymeklikten ibarat D oblastı berilgen bolsın. Bizge belgili $f(z)$ funkciyasi D oblastta golomorf hám $\bar{D}$ uzliksiz bolsa, onda $\forall z \in D$ ushın

$$f(z)=\frac{1}{2\pi i}\int_{\partial D}\frac{f(\xi)}{\xi-z}d\xi$$

formula orınlı boladı. Ádette bul formula Koshi integrallıq formulası dep ataladı. Bul formulanıń áhmiyetliligi sonnan ibarat, yaǵnıy $f(z)$ golomorf funkciyanıń D oblasttaǵı mánislerin onıń shegarası ∂D arqalı tolıq anıqlaw mumkinshiligin beredi.

Endi Koshi integrallıq formulasınıń integrallardı esaplawda qollanıwların qarastıramiz.

1-mısal. $I=\oint_{|z|=4}\frac{z^2dz}{z-2i}$ integral esaplansın.

Sheshiliwi. Bul mısalda berilgen $f(z)=z^2$ funkciya, $|z|<4$ dóńgelekte golomorf funkcsiya boladı hám $a=2i$ noqat usı dóńgelek ishinde jatqanı ushın bul integralda Koshi integrallıq formulasın paydalanıw mumkin. Yaǵnıy

$$\oint\frac{f(z)dz}{z-a}=2\pi i\cdot f(a)$$

formulasınan

$$I=\oint_{|z|=4}\frac{z^2dz}{z-2i}=2\pi i\cdot f(2i)=2\pi i\cdot(2i)^2=-8\pi i.$$

2-mısal. $I=\int_L\left(\frac{\ln(z+5)}{z-5}+\frac{z+2}{(z^2+4)(z-3)}\right)dz$ integral esaplansın. Bunda L konturi $|z-2|=2$ sheńberi.

Sheshiliwi. $\frac{z+2}{(z^2+4)(z-3)}$ ańlatpasın aniq emas koefficentler usılı boyınsha qosılıwshılırǵa jikleymiz.

$$\frac{z+2}{(z^2+4)(z-3)}=\frac{a}{z-2i}+\frac{b}{z+2i}+\frac{c}{z-2}$$

Bundan $\tilde{n}=\frac{5}{13}$, $a=\frac{-5+i}{26}$, $b=\frac{-5-i}{26}$,

Sonda berilgen integraldı tómendegishe jazıwǵa boladı.

[1] Ájiniyaz atındaǵı Nókis mámleketlik pedagogikalqı institutı
[2] Ájiniyaz atındaǵı Nókis mámleketlik pedagogikalqı institutı

$$I=\int_L\left(\frac{\ln(z+5)}{z-5}+\frac{z+2}{(z^2+4)(z-3)}\right)dz=\int_L\frac{\ln(z+5)}{z-5}dz+\frac{-5+i}{26}\int_L\frac{dz}{z-2i}-$$

$$-\frac{5+i}{26}\int_L\frac{dz}{z+2i}+\frac{5}{13}\int_L\frac{dz}{z-3}=\frac{5}{13}\int_L\frac{dz}{z-3}=\frac{10\pi i}{13}.$$

Sebebi, integralaw konturı orayı $z=2$ noqatında radiusi $r=2$ bolǵan $(x-2)^2+y^2=4$ sheńberi. $z_1=2,\ \ z_2=2i,$ $z_3=-2i,$ noqatları bul sheńberden sırtta jatqanlıqtan joqarıdaǵi birinshi teńliktiń oń jaǵındaǵı ŭsh qosılıwshı nolge ten. $z_4=3$ noqatı $|z-2|=2$ sheńberiniń ishinde jatatuǵın bolǵanlıqtan joqarıdaǵı tórtinshi qosılıwshı $2\pi i$ ge teń.

3-mısal. $I=\oint\limits_{|z-i|=2}\frac{dz}{z^2+4}$ integral esaplansın.

Sheshiliwi. Daslep integraldı Koshi integrallıq formulası kórinisine keltiremiz:

$$z^2+4=z^2-(2i)^2=(z+2i)(z-2i),\quad I=\oint\limits_{|z-i|=2}\frac{dz}{(z+2i)(z-2i)}=\oint\limits_{|z-i|=2}\frac{\frac{1}{z+2i}}{z-2i}dz.$$

Bunnan $f(z)=\dfrac{1}{z+2i}$ ekenligi kelip shıǵadı hám Koshi formulasına kóre:

$$I=2\pi i\cdot f(2i)=2\pi i\cdot\frac{1}{2i+2i}=\frac{\pi}{2}.$$

Demek, $\oint\limits_{|z-i|=2}\frac{dz}{z^2+4}=\frac{\pi}{2}.$

Ádebiyatlar

1. Д.Писменый. «Конспект лекции по вышей математике », 1,2,3 часть.-М.:Айрис Пресс, 2008.
2. S.Tleumuratov, Ibraymov.I.E, Saliev.I.B. «JOQARI MATEMATIKA », Nókis «ILIMPAZ », 2021.-122 b.
3. B.Otemuratov, S.Tleumuratov, B,Qutli'muratov. «Kompleks analiz», Toshkent «Noshir», 2018, 97-b