Impact Factor: 9.9 ISSN-L: 2544-980X

# Uchburchakning Balandlik Teoremasining Bir Nechta Dalillari

*Mamadova Intizor Eminjon qizi* [1]

**Annotatsiya:** Maqolada uchburchak balandligining bir necha xil formulalarining kelib chiqish usullari ko'rsatilgan.Bunda perpendikulyar va parallel to'g'ri chiziqlar xossalaridan,Pifagor teoremasidan,uchburchaklarning o'xshashlik xossalaridan,sinuslar teoremasidan va bir qancha boshqa turli xil usullardan foydalanilgan.

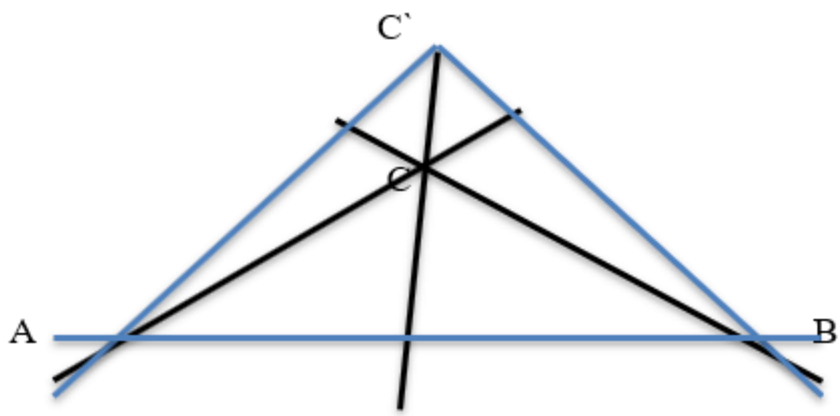
**Kalit So'zlar:** Pifagor teoremasi,o'xshashlik xossalari,uchburchak xossalari,koordinata geometriyasi,perpendikulyar to'g'ri chiziqlar,parallellik shartlari,vektor ko'paytmalar,sinuslar teoremasi,balandlik uzunligi,turli xil usullar.

## Kirish

Uchburchakda maxsus xususiyatga ega bo'lgan shaxsiy segmentlar bir nuqtada kesishadi degan bir qator teoremalar mavjud. Masalan: uchburchakning medianalari, yon tomonlarga o'rta perpendikulyar, bissektrisalar va balandliklar bir nuqtada kesishadi. Agar dastlabki uchta holatda dalillarni taqqoslash juda oddiy bo'lsa, biz ularni taqdim etmaymiz, ular o'quvchilarga yaxshi tanish ekanliklarini oldindan aytib beramiz va ularni bittalab isbot qilish shart emas.Unda siz uchun bu biroz murakkabroq va bu yerda dalillarning mutlaqo boshqacha yo'llari allaqachon paydo bo'lgan.O'z-o'zidan bir marta ikkinchi holatda shaxsiy dalillar loyiq emas,ular ehtimol,alohida e'tibor bilan yashaydilar,ulardan foydalanish usullari ancha kengroq tushunchalarga ega va bu maqola ko'p jihatdan ular bilan tanishish uchun sabab bo'la oladi.

Maqolada keltirilgan dalillarning aksariyati faqat o'tkir burchakli uchburchak turini ko'rib chiqadi.Har safar aniq uchburchak holatini alohida ko'rib chiqmaslik uchun biz quyidagi muhim fikrni bildiramiz.Ya'ni isbotimizni o'tkir burchakli uchburchak uchun ko'ramiz.

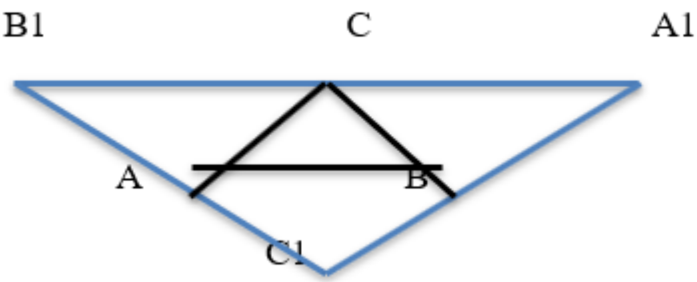
**1-isbot**.ABC uchburchakda C o'tkir burchak bo'lsin.Biz shunday C` nuqta belgilaymizki, bu C` nuqta orqali A va B nuqtalardan to'g'ri chiziqlarga chizilgan perpendikulyarlarning kesishish nuqtasini belgilaymiz.




Ko'rib turganingizdek ABC uchburchakning barcha A, B, C burchaklari o'tkirdir.Bunda ABC uchburchakning balandliklari bir nuqtada kesishadi,agar faqat ABC` uchburchakning balandliklari bir nuqtada kesishsa.Chunki bizga CC` va AB perpendikulyarligi ma'lum.

[1] O'zbekiston-Finlandiya pedagogika instituti, Matematika va informatika yo'nalish talabasi
mamatovaintizor49@gmail.com

Keling endi dalillarga o'tamiz.A1B1C1 uchburchakni ko'rib chiqamiz.




Bunda ABC uchburchakning uchlari,A1B1C1 uchburchakning tomonlarini o'rtalari bo'ladi.A1B1C1 uchburchakni qurishimiz uchun biz ABC uchburchagining uchlari orqali va uning tomonlariga parallel to'g'ri chiziq chizishimiz kerak.ABC uchburchakning balandliklari A1B1C1 uchburchagining yon tomonlariga o'rta perpendikulyardir.Shuning uchun ham ABC uchburchakning balandliklari bir nuqtada kesishadi.

**2-isbot**.ABC uchburchak uchun AA1, BB1, CC1 balandliklarni chizamiz.Shunday qilib, ABC va A1B1C1 uchburchaklar o'xshash.Bunda AA1 to'g'ri chiziq B1A1C1 burchakning bissektrisasi hisoblanadi.Xuddi shunday to'g'ridan to'g'ri BB1 to'g'ri chiziq ham A1B1C1 burchakning bissektrisasi deyiladi.Natijada biz ABC uchburchakning balandliklari A1B1C1 uchburchakning bissektrisalari ekanligini olamiz.Bularning bir nuqtada kesishishi ma'lum bo'ldi.Bundan kelib chiqadiki,uchburchakning balandliklari bir nuqtada kesishadi.

**3-isbot**.Uchburchak balandligi teoremasining yana 2ta isboti.F.Kurjina.(CHSSRning Gradets-Kralov shahri)

Tavsiya etilgan eslatma maqolaning davomi bo'lib xizmat qiladi.V.V.Prasolova "uchburchak teoremasining bir nechta dalillari"(maktabdagi matematika 1988)

Men ushbu teoremaning yana ikkita dalilini keltiraman.Ulardan biri yozilgan burchakning xususiyatiga asoslangan,ikkinchisi gomotetiyadan foydalanadi.

△ABCda siz AA1 va BB1 balandliklarni ko'rib chiqing.Biz AB va CH segmentlarni diametrlari bilan olib, 2ta aylana quramiz.Bu aylanalar A1 va B1 nuqtalardan o'tishi aniq va A1B1B burchak bir vaqtning o'zida A1H va A1B yoylarga tayanadi.Shuning uchun A1CH=A1B1B=A1AB burchaklar teng.Biz C1 orqali AB va CH chiziqlarning kesishishini belgilaymiz.CA1H to'g;ri burchak bo'lgani uchun, AC1H burchak ham to'g'ri burchak.Shunday qilib,to'g'ridan-to'g'ri CH to'g'ri chiziq ABC ning balandligi bo'lib xizmat qiladi.

**4-isbot**.Biz M nuqta orqali ABC uchburchakning medianalarining kesishish nuqtasini va D nuqta orqali AB tomonining o'rtasini belgilaymiz.D nuqtadan AB ga perpendikulyar d chiziq chizamiz.Markazi M va k=-2 koeffitsiyentli gomotetiyani ko'rib chiqing.

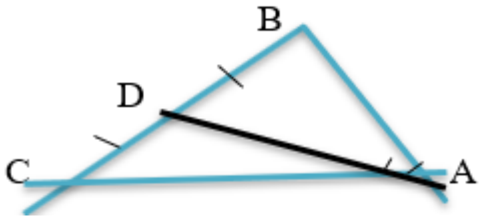
Birinchidan, u D ni unga parallel ravishda AB ga perpendikulyar chiziqqa aylantiradi.Ikkinchidan, mediana xususiyatiga ko'ra (MC=2MD) D nuqtasi uchburchakdan tepada o'tadi.Shunday qilib, o'rta perpendikulyar D balandlikka o'tadi hc.

Xuddi shu narsa AC va BC tomonlarga chizilgan o'rta perpendikulyar bilan ham sodir bo'ladi.Ammo o'rta perpendikulyarlarning umumiy nuqtasi bo'lganligi sababli O, keyin balandliklar umumiy nuqtaga ega H, gomotetik OH to'g'ri chiziq Eyler to'g'ri chizig'i deyiladi.

Uchburchak balandligini topish uchun asosan,trigonometriya,Pifagor teoremasi yoki asosiy geometrik tamoyillardan foydalanish keng tarqalgan.

**5-isbot**. Uchburchak balandligining bissektrisalar orqali isboti.

Bissektrisalar yordamida uchburchakning balandligini isbotlash uchun biz quyidagilarni ko'rib chiqamiz.Keling, ABC uchburchagi va uning BC tomonda balandligidan boshlaylik.A burchak bissektrisasini chizamiz, u BC ni D nuqtada kesib o'tadi. D nuqta BC tomonni BD va DC bo'laklarga ajratadi,shunday qilib BD=DC bo'ladi.




Endi ABC uchburchagi va ACD uchburchagida shuni aytishimiz mumkinki, BAD=CAD burchaklar teng ( D bissektrisaning kesishish nuqtasi sifatida), AB=AC (umumiy tomon) va ABD=ACD burchaklar teng.Chunki BD=CD.Shuning uchun ular ham mos keladi.Natijada AD, A dan BC asosigacha bo'lgan segment BC asosining perpendikulyar bissektrisasi degan xulosaga kelishimiz mumkin.Shunday qilib AD – ABC uchburchakning balandligi.Demak uchburchakning bissektrisalar yordamida balandligi asosni to'g'ri burchak ostida kesib o'tuvchi va uni 2ta teng bo'lakka bo'luvchi uchidan chiqib,asosgacha bo'lgan segment ekanligi isbotlandi.

**6-isbot.**Uchburchak balandligini burchaklar yordamida isbotlash uchun biz quyidagi yondashuvdan foydalanishimiz mumkin.A uchidan BC tomoniga AD balandlik chizilgan ABC uchburchakni ko'rib chiqaylik.To'g'ri burchakli uchburchakdagi burchakning sinusi qarama-qarshi tomon uzunligining gipotenuzaning uzunligiga nisbati ekanligini eslaymiz.ABC uchburchak to'g'ri burchakli uchburchak bo'lgani uchun tomonlarining uzunliklarini burchaklar bilan bog'lash uchun sinus funksiyasidan foydalanishimiz mumkin.ABC uchburchakda A burchakni ko'rib chiqamiz.A burchakka qarama-qarshi tomon–BC, gipotenuzasi esa–AB. A burchak sinusini sin(A)=BC/AB shaklida yozish mumkin.Bu tenglamani qayta tartibga solish bizga BC=Absin(A) ni beradi. AD uzunligi, uchburchak balandligi bo'lib, uni sinus funksiyasi yordamida uchburchakning burchaklari va yon uzunliklari bilan ifodalash mumkin.

Demak, uchburchak balandligi AD=ABsin(A) formulasi bilan aniqlanadi.To'g'ri burchakli uchburchaklar xossalari va sinus funksiyasidan foydalanib, biz uchburchakning balandligi tomonning uzunligi va unga qarama-qarshi burchakning sinusiga bog'liqligini isbotladik.

**7-isboti.**Geron formulasidan foydalanib,uchburchak balandligini isboti.

Uchburchak balandligini isbotlashda bizga ma'lum bo'lgan Geron formulasidan foydalanamiz.Ya'ni Geron formulasiga asosan

S=$\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.

Uchburchak yuzini topish formulasidan S=aha/2 foydalanib, ha=2S/a ni hosil qilamiz.Bunda S yuzani o'rniga Geron formulasidagi S ni almashtiramiz.

Ha=$\frac{2\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}{a}$ .Bu mos ravishda a tomonga tushirilgan balandlik formulasi.Xuddi shunday b va c tomonlarning balandliklarini ham topib olamiz.

**8-isboti.**Uchburchak balandligining medianalar orqali isboti.

Medianalar yordamida uchburchakning balandligini isbotlash uchun quyidagi yondashuvdan foydalanishimiz mumkin.ABC uchburchakni chizib D–AB tomonining o'rtasi, E esa AC tomonining o'rtasi bo'lsin. C uchidan D nuqtaga to'g'ri chiziq tushiramiz.Xuddi shunday B uchidan esa E nuqtaga. AD va BE medianalari bo'lib, ular markaz deb ataladigan G nuqtada kesishadi.ABC uchburchak, AGB uchburchak va ACG uchburchakni ko'rib chiqamiz.Medianalarning xossasi bo'yicha biz AG=2GD va BG=2GE ekanligini bilamiz.G markaz bo'lgani uchun u har bir medianani shunday 2ta segmentga ajratadiki,uchiga yaqin bo'lgan segment o'rta nuqtaga yaqinroq bo'lgan segmentdan ikki barobar uzun bo'ladi.Endi AGB uchburchagini ko'rib chiqamiz va o'rta nuqta teoremasidan GC chiziq segmenti AB tomoniga parallel va uning yarmi uzunligini isbotlash uchun foydalanamiz.Xuddi shunday ACG uchburchagini hisobga olsak, GB chiziq segmenti AC tomoniga parallel ekanligini va uning yarmi uzunligini isbotlashimiz mumkin.Demak, GC tog'ri chiziq AB tomonga parallel va uning yarmi uzunligi bo'lgani uchun G nuqta BC tomonining o'rta nuqtasi ekanligi kelib chiqadi.G nuqta markaz bo'lib, medianalarni 2:1 nisbatda bo'lganligi sababli medianalar G nuqtada kesishadi va bir-birini 2:1 nisbatda segmentlarga bo'ladi.Bu shuni anglatadiki, G nuqta BC tomonning o'rta nuqtasi va shuning uchun AG ham uchburchakning ham balandligidir.Shuning uchun biz ABC uchburchakning balandliklari medianalar kesishgan nuqta bo'lgan G markazda kesishishini isbotladik.

Uchburchak balandligining formulasi isbotini yoki uning kelib chiqishini yana bir qancha usullarini ko'rib chiqishimiz mumkin.Masalan, uchburchak o'xshashligi xossalari orqali, koordinata geommetriyasi orqali, ya'ni ikki perpendikulyar to'g'ri chiziqning qiyaliklarining ko'paytmasi -1 ga teng.Balandlik va asos ko'paytmasi

-1 deb, uni balandlik bo'lishini ko'rsatamiz.Yana sinuslar qoidasi orqali:balandlik uzunligi tomon uzunligi va qarama-qarshi burchak sinusiga bog'liqligi.

Yana bir usul:vektor usuli, uchburchak tomonlarini vektor sifatida belgilaymiz,to'g'ri burchakni o'z ichiga olgan tomonlarning nuqta ko'paytmasi O ekanligini ko'rsatish uchun ikkita vektorning nuqta ko'paytmasidan foydalanib, bu balandlik asosga perpendikulyar ekanligini bildiradi.

**XULOSA**: Ko'rib turganingizdek, bir masalaga turlicha yondashish bizga ancha foydali va samarali hisoblanadi.Bunda o'quvchilarning fikrlash qobiliyati,diqqati, izlanuvchanligi va darsga bo'lgan layoqati yanada ortadi.Bunda asosan matematik masalalarni ko'p usullar orqali hal etish, bizga boshqa sohalarda qiyinchilik tug'dirmaydi.Chunki bitta masalani turli xil usullar yordamida yechish davomida bizning fikrlash doiramiz kengayib boradi.Ammo hozirgi kunda bunday foydali usullardan aksariyat pedagoglar amaliyotda foydalanishmaydi.Lekin kelajakda bunday yondashuvdan foydalanish ancha foyda beradi.

**FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI:**

1. Прасолов В.В. Несколько доказательств теоремы о высотах треугольника. Математика в школе,№1, 1988. С, 49.
2. Куржина Ф. Ещё два доказательства теоремы о высотах треугольника. Математика в школе, №1, 1990
3. Умрбеков А.У. Шаабзалов Ш.Ш.Математикани такрорланг.Олий укув юртига кирувчилар учун кулланма. – Т.:Укитувчи б.
4. Тулаганов Т.Р. Учбурчак геометрияси ук.куллан. – Т.:Укитувчи
5. Юзбошев А.В. Свойства геометрических фигур.Планиметрия. МАТИ Москва
6. Готман Э.Г. Скопец З.А. Задача одна – решения разные:Геометр. задачи:Кн. для учащихся. -М. Просвещение (1998)2000.-224 с.
7. Arziqulov A.U., Xalilova M., Usarov T.Seven Proofs of Heron's Formula. BEST JOURNAL OF INNOVATION IN SCIENCE, RESEARCH AND DEVELOPMENT, ISSN:2835-3579, Volume: 03 Issue:2/2024.